

# MATEMATICA GENERALE 16 GENNAIO 2017: 12 CREDITI

COMPITO A

COGNOME: .....

NOME: .....

MATRICOLA: .....

[1] (Punti 10) Data la funzione  $f(x) = \frac{(x-1)}{(x+1)}e^{-2x}$ , studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Calcolare la derivata seconda senza studiarla. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 7) Sia dato il seguente sistema lineare  $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ , con  $A= \begin{bmatrix} t & t \\ t & t \\ 1 & t \end{bmatrix}$

e  $\mathbf{b}$  é il vettore colonna dato da  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale  $t$ . usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di  $t$ .

Determinare infine **esplicitamente** le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare del parametro  $t$ .

[3] (Punti 5) Sia  $f(x, y) = -x^3 - 3xy^2 + 15x + 12y$ . Determinare la natura dei suoi punti critici.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + \cos^2(x) + \sqrt{x} + e^{\frac{1}{x}})}{\sqrt{x^8 + 16}} \left( \frac{1}{x^4} + x^2 \right)$$

[5] (Punti 2) Sia  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ . Calcolare  $\int f(x)dx$ .

[6] (Punti 2) Enunciare senza dimostrare il teorema di Fermat.

[7] (Punti 2) Calcolare gli autovalori relativi alla matrice completa del sistema dell'esercizio 2 per  $t = 0$ .