

MATEMATICA GENERALE 5 GIUGNO 2017: 12 CREDITI

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

[1] (Punti 10) Data la funzione $f(x) = \ln\left(\frac{x^2-4}{x^2-1}\right)$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia, convessità, flessi, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 7) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} 0 & t & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ t & t & t \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} è il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x, y) = 2xy + 2x(x - 2) + 2y(y + 3) + 1$. Determinare la natura dei suoi punti critici.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(e^{\frac{2}{x^2}} - 1\right) (x^3 + \sin x^4) - x}{x - 1}$$

[5] (Punti 2) Sia $f(x) = \sin^2(x) \cos(x) + x$. Calcolare $\int f(x) dx$.

[6] (Punti 2) Enunciare senza dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale.

[7] (Punti 2) Dopo aver dato la definizione di rango di una matrice $A_{(m,n)}$, scrivere una matrice $A_{(2,3)}$ di rango 2.