

MATEMATICA GENERALE 25 GIUGNO 2018: 12 CREDITI

COMPITO B

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

[1] (Punti 10) Data la funzione $f(x) = \ln\left(\frac{x^3}{x^2-4}\right)$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Calcolare la derivata seconda senza studiarla. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 7) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A = \begin{bmatrix} t & 4 & 0 \\ 0 & 0 & t \\ 4 & t & t \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} è il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ t \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x, y) = \ln(\sqrt{4-x^2} + \sqrt{1-y^2})$. Determinare il suo dominio, gli eventuali punti critici senza specificarne la natura. Determinare infine il piano tangente nel punto $(0, 0)$

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left((e^{-x^4} - 1)(x^2 - x^2 \ln(x))\right)}{\ln(1 - 4x^6)}$$

[5] (Punti 2) Sia $f(x) = \frac{x^3}{x^2+2}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[6] (Punti 2) Dimostrare formula di integrazione per parti.

[7] (Punti 2) Dare la definizione di autovalori e di autovettori di una matrice quadrata A con n righe e n colonne.