

MATEMATICA GENERALE 8 LUGLIO 2019: 12 CREDITI

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

[1] (Punti 10) Data la funzione $f(x) = x^3 \ln(x)$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità, convessità, flessi, Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 7) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} t & 0 & -1 \\ 2 & t & t \\ 1 & t & 2t \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 1 \\ t \\ 0 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - y^2) + \sqrt{x^2 + y^2 - 1}$. Determinare il suo dominio e rappresentarlo graficamente. Dire inoltre se $(0, 0)$ é un punto critico. Calcolare infine il piano tangente nel punto $(1, 1)$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(e^{\frac{1}{x^2}} - 1 \right) (x^2 + x + \sin(x^4)) - x \ln \left(1 + \frac{2}{x} \right).$$

[5] (Punti 2) Sia $f(x) = \sin(x) \cos(x) e^{\cos^2(x)}$. Calcolare $\int f(x) dx$.

[6] (Punti 2) Enunciare senza dimostrare il teorema di Fermat.

[7] (Punti 2) Dare la definizione di spazio vettoriale R^n .