

# MATEMATICA GENERALE 4 SETTEMBRE 2019

COMPITO A

COGNOME: .....

NOME: .....

MATRICOLA: .....

[1] (Punti 10) Data la funzione  $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x-1}}$ , studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Calcolare la derivata seconda senza studiarla. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 7) Sia dato il seguente sistema lineare  $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$ , con  $A= \begin{bmatrix} 1 & 2 & t \\ t & 2t & t \\ 0 & 1 & t \end{bmatrix}$

e  $\mathbf{b}$  é il vettore colonna dato da  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ .

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale  $t$ . Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di  $t$ .

[3] (Punti 5) Sia  $f(x, y) = x^4 - 4x + y^2 - 2y + 1$ . Determinare i suoi punti critici e studiarne la natura.  $(1, 1)$ .

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1 - \cos^2(x-1)}}{e^{(x-1)} - 1} + \ln(x)$$

[5] (Punti 2) Sia  $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$ . Calcolare  $\int f(x)dx$ .

[6] (Punti 2) Enunciare senza dimostrare il teorema di Rouché-Capelli.

[7] (Punti 2) Dare la definizione di punto critico di una funzione  $f(x)$  in  $x = x_0$ .