

MATEMATICA GENERALE 10 Giugno 2019: 12 CREDITI

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

[1] (Punti 10) Data la funzione $f(x) = \frac{e^{2x}}{\sqrt{x+2}}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Calcolare la derivata seconda senza studiarla. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 7) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} t & 1 \\ t & 2 \\ t & 3 \end{bmatrix}$

ed \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 0 \\ t \\ 1 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . Determinare infine **esplicitamente** le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare del parametro t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x, y) = x^3y - yx^2 + y^2$. Determinare i suoi punti critici e studiarne la natura.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{-x^2} - 1)(4x^2 + x^3)}{\sin(3x^2) \ln(1 + 2x^2)} - \frac{e^x}{3}.$$

[5] (Punti 2) Sia $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[6] (Punti 2) Scrivere la definizione di derivata prima di una funzione $f(x)$ in un suo generico punto $x = x_0$ del suo dominio.

[7] (Punti 2) Enunciare senza dimostrare il teorema di Rouché-Capelli.