

MATEMATICA GENERALE 5 FEBBRAIO 2020

COMPITO B

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

[1] (Punti 10) Data la funzione $f(x) = e^{\frac{x^2}{x+2}}$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Calcolare la derivata seconda senza studiarla. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 7) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} 1 & t \\ t & t \\ 0 & t \end{bmatrix}$

ed \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} t \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

Determinare infine **esplicitamente** le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare del parametro t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x, y) = y^2 e^{(-y^2+x^2)}$. Determinare il suo dominio e graficarlo. Determinare i suoi punti critici senza specificarne la natura. Calcolare inoltre il piano tangente nel punto $(0, 1)$.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left[\sqrt{x^2 - x} - \sqrt{x^2 - 2} \right]}{(x^3 + x^2)} \ln \left(1 + e^{x^3} \right)$$

[5] (Punti 2) Sia $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[6] (Punti 2) Enunciare il teorema di Rouché-Capelli.

[7] (Punti 2) Dare la definizione di convessità di una funzione $f(x)$ in $[a, b]$.