

MATEMATICA GENERALE 17 DICEMBRE 2019

COMPITO A

COGNOME:

NOME:

MATRICOLA:

[1] (Punti 10) Data la funzione $f(x) = \ln\left(\frac{x^2-4}{x-3}\right)$, studiare il dominio, simmetrie, segno, limiti ai bordi del dominio, continuità, asintoti, punti critici, monotonia, massimi e minimi relativi e assoluti, punti di non derivabilità. Calcolare la derivata seconda senza studiarla. Tracciare un grafico qualitativo compatibile con i dati ottenuti.

[2] (Punti 7) Sia dato il seguente sistema lineare $A\mathbf{x}=\mathbf{b}$, con $A= \begin{bmatrix} 1 & 1 & t \\ t & t & t \\ 0 & t & t \end{bmatrix}$

e \mathbf{b} é il vettore colonna dato da $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Studiare e determinare **esplicitamente** le soluzioni al variare del parametro reale t . usando la regola di Cramer. Determinare infine esplicitamente le soluzioni del sistema omogeneo associato al variare di t .

[3] (Punti 5) Sia $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1) + \frac{1}{\sqrt{4-x^2-y^2}}$. Determinare il suo dominio e graficarlo. Determinare i suoi punti critici senza specificarne la natura.

[4] (Punti 4) Calcolare, giustificando i passaggi:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^2)}{\sqrt{1 - \cos(x^2)}} \frac{(e^{3x^2} - 1)}{\ln(1 - 4x^2)}$$

[5] (Punti 2) Sia $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2+1}$. Calcolare $\int f(x)dx$.

[6] (Punti 2) Calcolare l'equazione secolare per la matrice A del punto [2].

[7] (Punti 2) Dare la definizione di punto critico di una funzione.