

Matematica Generale - IV canale
Proff. R. Monte, M. Regoli
Prova di Autovalutazione del 05/12/2005

I) Determinare il dominio ed il segno della funzione:

$$f(x_1, x_2) \stackrel{\text{def}}{=} \log \left(\frac{4x_1^2 + 9x_2^2 - 1}{4x_1^2 + 9x_2^2 - 36} \right).$$

II) Dopo aver determinato il dominio della funzione

$$f(x_1, x_2) \stackrel{\text{def}}{=} \log(25x_1^2 - 4x_2^2 - 100),$$

determinare le sue curve di livello c al variare di $c \in \mathbb{R}$.

III) Dopo aver verificato che la funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo

$$f(x_1, x_2) \stackrel{\text{def}}{=} \exp(x_1 + x_2), \quad \forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2,$$

è differenziabile in tutto \mathbb{R}^2 , determinare l'equazione del piano tangente ad f nel punto $(0, 0)$, Quindi determinare in $(0, 0)$ la derivata di f secondo la direzione $\hat{v} \equiv (\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2)$.

IV) Determinare al variare dei parametri a, b, c i punti di massimo e di minimo liberi per la funzione

$$f(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} ax^2 + 2bxy + cy^2, \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

V) Determinare massimi e minimi della funzione $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo

$$f(x, y) \equiv \ln(x^2 - xy + y^2), \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

soggetti al vincolo di appartenenza all'insieme

$$S \equiv \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 - 4 \leq 0\}.$$

VI) Risolvere al variare del parametro a i sistemi lineari

$$\begin{cases} x + ay + 2z = 1 \\ 2x + 5y + 5z = 2 \\ 2ax + y + (a-1)z = 4 \end{cases}, \quad \begin{cases} a^3x + a^2y + az = 1 \\ 2y - 2z = 1 \\ x + 2y + z = 2 \end{cases}$$