# Esercitazione 30 settembre 2013

per il corso di Matematica Generale

30 settembre 2013

**Esercizio 1.** *Siano* $A = (-\infty, -3)\,, B = \left(-\sqrt{7}, 2\sqrt{2}\right), C = (-2, +\infty)\,.$ *Determinare*

*(a)* $A \cup B \cup C$;

*(b)* $A \cap B \cap C$;

*(c)* $A \cup B$;

*(d)* $A \cup C$;

*(e)* $A^c \cap B^c \cap C^c$.

**Esercizio 2.** *Siano* $A = \{x \in \mathbb{N} \cup \{0\} \,|x < 20\}\,, B = \{x \in \mathbb{N} \cup \{0\} \,|x \geq 10\}\,.$ *Determinare*

*(a)* $A \cap B$;

*(b)* $A \cup B$;

*(c)* $A \setminus B$;

*(d)* $B \setminus A$;

*(e)* $A^c$;

*(f)* $B^c$;

**Esercizio 3.** *Siano* $A = \left\{x \in \mathbb{R} | x^2 - 2 \leq 0\right\}, B = \{x \in \mathbb{R} | 3x - 1 \geq 0\}\,.$ *Quale tra i seguenti è* $A \cup B$?

*(a)* $\mathbb{R}$;

*(b)* $\left[-\sqrt{2}, +\infty\right)$;

*(c)* $\left[\frac{1}{3}, \sqrt{2}\right]$;

*(d)* $\left(\frac{1}{3}, \sqrt{2}\right)$.

**Esercizio 4.** *Siano* $A = \left\{x \in \mathbb{R} | x^2 - 2 > 0\right\}, B = \{x \in \mathbb{R} | 3x - 1 \geq 0\}\,.$ *Quale tra i seguenti è* $A \cap B$?

*(a)* $\left(\sqrt{2}, +\infty\right)$;

*(b)* $\left[\frac{1}{3}, \sqrt{2}\right)$;

*(c)* $\emptyset$;

*(d)* $\left(\frac{1}{3}, \sqrt{2}\right]$.

**Esercizio 5.** $\forall n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, *sia* $A_n = \{x \in \mathbb{N} \cup \{0\} \, | x \neq n+1\}$. *Determinare*

*(a)* $\bigcup_{n \in \mathbb{N} \cup \{0\}} A_n$;

*(b)* $\bigcap_{n \in \mathbb{N} \cup \{0\}} A_n$.

**Esercizio 6.** $\forall n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, *sia* $A_n = \{x \in \mathbb{N} \cup \{0\} \, | x \neq 2n\}$. *Determinare*

*(a)* $\bigcup_{n \in \mathbb{N} \cup \{0\}} A_n$;

*(b)* $\bigcap_{n \in \mathbb{N} \cup \{0\}} A_n$.

**Esercizio 7.** *Esprimere l'insieme delle soluzioni reali della disequazione* $\frac{x+2}{x+1} > 2$ *in termini dei sottoinsiemi* $A = \{x \in \mathbb{R} | x < 0\}$ *e* $B = \{x \in \mathbb{R} | x > -1\}$.

**Esercizio 8.** *Esprimere l'insieme delle soluzioni reali della disequazione* $\sqrt{x^2-1} > x-2$ *in termini dei sottoinsiemi* $A = (-1, 1)$, $B = \left\{x \in \mathbb{R} | x > \frac{5}{4}\right\}$ *e* $C = \{x \in \mathbb{R} | x < 2\}$.

**Esercizio 9.** *Siano* $A = \left\{x \in \mathbb{R} | x^2 + x - 2 = 0\right\}$, $B = \{1, -1, 2\}$ *e* $C = \{1, \{2, 3\}\}$. *Determinare* $\mathscr{P}(A)$, $\mathscr{P}(B)$.

*Dire, inoltre, se le seguenti affermazioni sono vere o false.*
$\{1\} \nsubseteq A$; $1 \in C$; $\{1\} \in A$; $2 \in C$; $A \subseteq B$; $1 \subseteq A$; $3 \in C$; $1 \in A$; $\{1\} \in C$; $\{2, 3\} \in C$.

**Esercizio 10.** *Siano* $A = \left\{1, 2, \sqrt{3}, -2, 0, \{2\}\right\}$ *e* $B = \left\{x \in \mathbb{R} | x^4 - 2x^2 - 3x - 2 = 0\right\}$. *Determinare*

*(a)* $A \cap B$;

*(b)* $B^c$;

*(c)* $A \cap B^c$;

*(d)* $A \setminus B$;

*(e)* $\mathscr{P}(A) \cup \mathscr{P}(B)$.

**Esercizio 11.** *Per ogni insieme dell'Esercizio 1 dire se è limitato, limitato superiormente o inferiormente, non limitato, aperto, chiuso e trovare, se esistono, l'insieme dei maggioranti, l'insieme dei minoranti, l'estremo superiore, l'estremo inferiore, il massimo, il minimo, i punti di accumulazione, i punti interni e di frontiera.*

**Esercizio 12.** *Per ogni insieme seguente dire se è limitato, limitato superiormente o inferiormente, non limitato, aperto, chiuso e trovare, se esistono, l'insieme dei maggioranti, l'insieme dei minoranti, l'estremo superiore, l'estremo inferiore, il massimo, il minimo, i punti di accumulazione, i punti interni e di frontiera.*

*(a)* $A = \left\{\frac{1}{n}\right\}_{n \geq 1} \cup \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n \geq 1}$;

*(b)* $A = [-2, 5) \cup \left\{ \frac{13}{2}, 9 \right\}$;

*(c)* $A = \left\{ \frac{1}{2^n} + 2, n \in \mathbb{N} \right\}$;

*(d)* $A = \{(-1)^n, n \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$.

**Esercizio 13.** *Dire se le seguenti applicazioni sono iniettive, suriettive, biettive, invertibili e, quando è possibile, trovare l'inversa.*

*(a)* $\varphi : \mathbb{N} \cup \{0\} \longrightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$ *definita da* $\varphi(0) = 0, \varphi(n) = n - 1$;

*(b)* $\varphi : \mathbb{N} \cup \{0\} \longrightarrow \mathbb{N} \cup \{0\}$ *definita da* $\varphi(n) = n + 1$;

*(c)* $\varphi : \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$ *definita da* $\varphi(n) = n + 1$;

*(d)* $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ *definita da* $f(x) = x^3$;

*(e)* $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ *definita da* $f(x) = x^2$;

*(f)* $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ *definita da* $f(x) = 2x - 1$;

*(g)* $f : [-1, +\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ *definita da* $f(x) = 3 + \sqrt{x+1}$;

*(h)* $f : [-1, +\infty) \longrightarrow [3, +\infty)$ *definita da* $f(x) = 3 + \sqrt{x+1}$;

*(i)* $\varphi : \mathbb{N} \cup \{0\} \longrightarrow \mathbb{Z}$ *definita da*

$$\varphi(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{se} \quad n \quad \text{è pari} \\ -\frac{n+1}{2} & \text{se} \quad n \quad \text{è dispari.} \end{cases}$$