# Esercitazione 21 ottobre 2013 (con soluzioni)

per il corso di Matematica Generale

21 ottobre 2013

**Esercizio 1.** *Calcolare, se esistono, i seguenti limiti di successioni.*

$\lim_{n\to+\infty} \left(1+\frac{1}{3n}\right)^{2n} \quad \left[e^{\frac{2}{3}}\right]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{2^n-3^n}{1+3^n} \quad [-1]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{n\log n}{(n+1)(n+2)} \quad [0]$

$\lim_{n\to+\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+1} \quad [0]$

$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{2^n+3^n} \quad [3]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2\left(3^n-3^{-n}\right)}{4^n+n^2} \quad [0]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{\log(n+1)}{\log n} \quad [1]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n^4+1}-\sqrt{n^4+2}\right)\left(7n^2+n\right) \quad \left[-\frac{7}{2}\right]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2}{7n^2+3n+1} \quad \left[\frac{1}{7}\right]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n}-n\right)\sqrt{n} \quad [-\infty]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n+5}{n}\right)^n \quad \left[e^5\right]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{2^n+1}{3^n}\right)\left(\frac{n}{n^2+2}\right) \quad [0]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n^5+1}-\sqrt{n^5-2}\right)\left(2n^2+n\right) \quad [0]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\log\left(3n^2-6\right)-\log\left(n^3+8\right)\right) \quad [-\infty]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2+3n-7}{n^3-5} \quad [0]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt{n}-n+n^2}{2n^2-n^{\frac{3}{2}}+n} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{2^n+n^2}{3^n+n^3} \quad [0]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{1+\log n}{\sqrt{n}-\log n} \quad [0]$

$\lim_{n\to+\infty} (-1)^n \frac{n^2+1}{n+1} \quad$ non esiste

$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{2n^2}{3n^2+1}} \quad [1]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n+3}{n+1}\right)^n \quad \left[e^2\right]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+3)!-n!}{(n+1)!} \quad [+\infty]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\log(n+1)-\log n\right) \quad [0]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt{n^2+2n}-\sqrt{n^2-1}\right) \quad [1]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{2^n+4^n}{3^n+5^n} \quad [0]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{3^n-1}{2^n}\right)\left(\frac{1-n^2}{n}\right) \quad [-\infty]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{n-1}{n-3}\right)^{n+2} \quad \left[e^2\right]$

$\lim_{n\to+\infty} \left(\log\left(n^2+1\right)-\log\left(5n+n^2\right)\right) \quad [0]$

$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2-4}{n+2} \quad [+\infty]$

$\lim_{n\to+\infty} e^{\frac{3}{n+1}} \quad [1]$

| | |
|---|---|
| $\lim_{n\to+\infty} \log\left(\frac{3n^2}{n^2+1}\right)$ $[\log 3]$ | $\lim_{n\to+\infty} \left(\sqrt[n]{3}-1\right)^n$ $[0]$ |
| $\lim_{n\to+\infty} n^2 2^{-\sqrt{n}}$ $[0]$ | $\lim_{n\to+\infty} \left(n^{\sqrt{n}-2^n}\right)$ $[0]$ |

**Esercizio 2.** *La successione* $a_n = \frac{2^n}{1+2^n}$ *è*

*(a) infinitesima;*

*(b) monotona crescente;*

*(c) divergente;*

*(d) monotona decrescente.*

*[soluzione: (b)]*

**Esercizio 3.** *La successione* $a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^2$

*(a) converge a* $1$*;*

*(b) diverge;*

*(c) è indeterminata;*

*(d) converge a* $e$*.*

*[soluzione: (a)]*

**Esercizio 4.** *La successione* $a_n$ *converge a* $1$*. Quindi*

*(a) per ogni* $M > 0$ *esiste un indice* $n > M$ *tale che* $|a_n - 1| < \epsilon$*;*

*(b) per ogni* $n > 1$ *esiste* $\epsilon > 0$ *tale che* $|a_n - 1| < \epsilon$*;*

*(c) per ogni* $\epsilon > 0$ *esiste un indice* $M$ *tale che per ogni* $n > M$ *si ha* $|a_n - 1| < \epsilon$*;*

*(d) per ogni* $\epsilon > 0$ *esiste un indice* $M$ *tale che per ogni* $n < M$ *si ha* $|a_n - 1| < \epsilon$*.*

*[soluzione: (c)]*

**Esercizio 5.** *Ogni successione* $a_n$ *monotona e limitata ha sempre limite finito.*

*(a) vero;*

*(b) falso perché* $a_n$ *deve essere monotona decrescente;*

*(c) falso perché* $a_n$ *deve essere monotona crescente;*

*(d) non si può concludere.*

*[soluzione: (a)]*

**Esercizio 6.** *Sia* $a_n$ *una successione limitata allora* $a_n$ *è convergente.*

(a) *vero;*

(b) *falso.*

*[soluzione: (b)]*

**Esercizio 7.** *Sia* $a_n$ *una successione convergente allora* $a_n$ *è limitata.*

(a) *vero;*

(b) *falso.*

*[soluzione: (a)]*

**Esercizio 8.** *Siano* $a_n, b_n$ *successioni tali che* $\lim_{n\to+\infty}(a_n b_n) = k \in \mathbb{R}$, *e* $\lim_{n\to+\infty} a_n = h \in \mathbb{R}$ *allora* $\lim_{n\to+\infty} b_n \in \mathbb{R}$.

(a) *vero;*

(b) *falso.*

*[soluzione: (b)]*