

## Esercitazione 18 novembre 2013

per il corso di Matematica Generale

18 novembre 2013

**Esercizio 1.** Dire se le seguenti funzioni sono sviluppabili in serie di Taylor in  $x_0 = 0$  e in caso affermativo scrivere il polinomio che le approssima fino al secondo ordine.

- $f(x) = e^{\sin(3x)} + \sin(2x)$ ;
- $f(x) = \sin(x^2) - \cos(2x)$ ;
- $f(x) = \frac{x}{x-1}$ ;
- $f(x) = x^2 + 2 \log(2x + 2)$ ;
- $f(x) = \log(1 + 3x)$ ;
- $f(x) = \frac{1}{x}$ ;
- $f(x) = \cos(x^2)$ ;
- $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ ;
- $f(x) = |x|$ ;
- $f(x) = e^{x^3} - 1 - \sin(x^3)$ ;
- $f(x) = (e^{-x} - 1)^3$ ;
- $f(x) = \log(1 + \sin(x))$ ;
- $f(x) = \log(\cos(x))$ ;
- $f(x) = \frac{1}{1+x+x^2}$ .

**Esercizio 2.** Calcolare, se possibile, i seguenti integrali indefiniti

- $\int \sqrt{2x+5} \, dx$ ;
- $\int \frac{x}{\sqrt{(x^2+5)^3}} \, dx$ ;
- $\int x e^{x^2} \, dx$ ;
- $\int \cos x \sqrt{\sin x} \, dx$ ;
- $\int \frac{3e^x}{1+e^{2x}} \, dx$ ;

- $\int \frac{2x^2+1}{x} dx$ ;
- $\int \frac{5x^4-3x^2}{1+x^5-x^3} dx$ ;
- $\int e^{\cos x-1} \sin x dx$ ;
- $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ .

**Esercizio 3.** Calcolare, se possibile, i seguenti integrali definiti.

- $\int_0^1 (1-x+x^3) dx$ ;
- $\int_{-1}^1 (1-x)^2 dx$ ;
- $\int_{-1}^1 x^3 dx$ ;
- $\int_1^2 (x^2+3x) dx$ ;
- $\int_0^{\log 2} \frac{e^{x+2}}{e^x+1} dx$ ;
- $\int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx$ ;
- $\int_0^1 \frac{4x^3+3x^2}{x^4+x^3+1} dx$ ;
- $\int_1^{\sqrt[3]{3}} x^2 e^{x^3-3} dx$ ;
- $\int_1^2 \frac{1+x^2 e^{x^2}}{x} dx$ .

**Esercizio 4.** Calcolare  $\int_0^2 f(x) dx$ , dove

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \in [0, 1] \\ 2-x & \text{se } x \in (1, 2]. \end{cases}$$

**Esercizio 5.** Calcolare la media integrale di  $f(x) = x + x^2$  su  $[0, 2]$ .

**Esercizio 6.** Sia  $f(x) = x^2$ . Determinare il punto  $c$  dato dal teorema della media sull'intervallo  $[1, 4]$ .

**Esercizio 7.** Mostrare che se  $f$  è una funzione dispari, integrabile sull'intervallo  $[-a, a]$ , allora il suo integrale è 0. Cosa si può dire se  $f$  è pari?

**Esercizio 8.** Utilizzando il significato geometrico di integrale definito, dimostrare che l'area di un triangolo rettangolo con i cateti di lunghezza  $a$  e  $b$  è  $\frac{ab}{2}$ .

**Esercizio 9.** Calcolare l'area della parte di piano limitata superiormente da  $y = x + 6$ , inferiormente da  $y = x^2$  e ai lati dalle rette  $x = 0$  e  $x = 2$ .

**Esercizio 10.** Sia

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{se } x \in [-1, 1) \\ 16-x^2 & \text{se } x \in [1, 3]. \end{cases}$$

- Calcolare la media integrale  $\mu$  di  $f$  sull'intervallo  $[-1, 3]$ ;
- Dire se esiste un punto  $c \in [-1, 3]$  tale che  $f(c) = \mu$ .