Esercitazione 25 novembre 2013

per il corso di Matematica Generale

25 novembre 2013

Esercizio 1. *Calcolare, se possibile, i seguenti integrali indefiniti*

- $\int x \sin x \, dx$;
- $\int 2xe^{-x} \, dx$;
- $\int \log(1+x) \, dx$;
- $\int \frac{3e^x}{1+e^{2x}} \, dx$;
- $\int \frac{1}{\sin(2x)} \, dx$;
- $\int 2x \log(x-5) \, dx$;
- $\int (x+1)^2 \cos x \, dx$;
- $\int e^x \sin x \, dx$;
- $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$.

Esercizio 2. *Dire se è possibile effettuare il prodotto delle matrici nei seguenti casi e, in caso affermativo, calcolarlo.*

- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ *e* $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ *e* $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ *e* $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ *e* $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ *e* $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Esercizio 3. *Calcolare traccia, determinante e, se possibile, l'inversa delle seguenti matrici* 2×2.

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{3} \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Esercizio 4. *Calcolare traccia, determinante e, se possibile, l'inversa delle seguenti matrici* 3×3.

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 10 & 15 & 34^{78} \\ \sqrt{\log(567)} & 31 & 10^{-3} \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 10 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 3 \end{pmatrix}$.

Esercizio 5. *Calcola la caratteristica delle seguenti matrici.*

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Esercizio 6. *Trova $k \in \mathbb{R}$ tale che la caratteristica di A è massima con*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & k & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 7. *Calcola la caratteristica delle seguenti matrici 3×3.*

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 10 & 15 & 34^{78} \\ \sqrt{\log(567)} & 31 & 10^{-3} \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 10 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 3 \end{pmatrix}$.

Esercizio 8. *Calcola la caratteristica delle seguenti matrici al variare di $k \in \mathbb{R}$.*

- $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ k-1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & k & -4 \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 2 \\ 1 & k \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 4 & 2 \\ 3 & -6 & k \end{pmatrix}$;
- $A = \begin{pmatrix} 4 & k & -4 & 1 \\ 2 & -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$.

Esercizio 9. *Scrivere una matrice 2×3 con caratteristica 0.*

Esercizio 10. *Scrivere una matrice 2×2 con caratteristica 1.*

Esercizio 11. *Per le seguenti espressioni matriciali determinare la matrice A utilizzando i dati forniti per ogni espressione. La matrice identità (cioè la matrice quadrata con tutti 1 sulla diagonale principale e tutti 0 altrove) verrà sempre denotata con I.*

(1) *Risolvere*

$$CAB = tr\,(C + B + D)\,I - BC,$$

dati $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, tr\,(D) = -1.$

(2) *Risolvere*

$$AB + tr\,(B + C)\,B^2 - \det(B)\,A = 0I,$$

dati $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, tr\,(C) = -1.$

(3) *Risolvere*

$$BCAC^3 = tr\,(3B - 2D)\,B,$$

dati $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, tr\,(B) = \frac{5}{3},\ tr\,(D) = 3.$

(4) *Risolvere*

$$DAD^{-1} = tr\left(CDC^{-1}\right)DBD^4,$$

dati $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ -3 & 5 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1. \end{pmatrix}$

(5) *Risolvere*

$$A + 2A + BA = \det\left(13C^2\right)D,$$

dati $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}, D^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}, \det(C) = \frac{1}{\sqrt{13}}.$