

Matematica Generale - IV canale
Preparazione Prova Scritta del 12/01/2004

I) Tracciare qualitativamente i grafici delle funzioni

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \log\left(\frac{x^2 - 2}{x + 1}\right), \quad f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{x^2 + x}{|x^2 - 1|},$$

II) Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita ponendo

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 1 \\ ax + b & \text{se } x > 1 \end{cases},$$

determinare i valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$ affinché la funzione risulti continua nel punto $x_0 = 1$. Determinare quindi i valori degli stessi parametri per i quali la funzione risulta derivabile in $x_0 = 1$.

III) Costruire il polinomio di Taylor fino al terzo ordine di punto iniziale $x_0 = 0$ per la funzione

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \ln(1 - x^2).$$

Costruire quindi il polinomio di Taylor fino al terzo ordine di punto iniziale $x_0 = 1$ per la funzione

$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} \ln(x).$$

III) Calcolare i seguenti integrali

$$\int x^2 \ln(x^4) dx, \quad \int \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} dx, \quad \int \ln\left(\frac{x^2}{x^2 - 1}\right) dx$$

IV) Determinare il dominio ed il segno della funzione:

$$f(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} \log\left(\frac{3x^2 - 5y^2 - 1}{x^2 - y^2}\right).$$

V) Determinare i punti di massimo e di minimo liberi per la funzione

$$f(x, y) \stackrel{\text{def}}{=} 2x^2 + 4xy + 4y^2$$

e quelli soggetti al vincolo di appartenenza all'insieme

$$S \equiv \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + 2y^2 = 1\}.$$