MATEMATICA GENERALE - Canali III, IV

Sessione Invernale, II Appello, 31/1/2012, A.A. 2011/2012, Compito 1

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Canale □ III (Prof. Ramponi) □ IV (Prof.ssa Tessitore)

Firma ....

1) *(9 p.ti)* Studiare la funzione $f(x) = \log(\frac{x-1}{x+2})$.

a] Dominio e segno

b] Limiti e asintoti

c] Determinazione punti critici (ovvero stazionari)

d] Studio massimi e minimi

e] Grafico (lo studio di eventuali flessi è opzionale).

2) *(5 p.ti)* Determinare il gradiente e la matrice Hessiana della funzione

$$f(x, y) = x^2y - x^2 - 2y^2$$

e, se esistono, i punti stazionari.

3) *(7 p.ti)* Studiare al variare del parametro $\kappa \in \mathbb{R}$ le soluzioni del sistema e trovarle:

$$\begin{cases} x + \kappa y & = & 0 \\ x - y & = & 1 \\ x - 4y & = & \kappa \end{cases}$$

Individuare la risposta corretta nelle seguenti domande a risposta multipla. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata -1 punto, risposta non data 0 punti, l'ultima domanda vale 2 punti.

4) *(2 p.ti)* Siano $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ e $\mathbf{v}_3$ vettori in $\mathbb{R}^3$ linearmente indipendenti, la matrice $A_{3\times 3} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3) \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ e sia $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$. Allora

1. il sistema $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$ ha infinite soluzioni
2. il sistema $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$ non ammette soluzioni
3. il sistema $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$ ammette un'unica soluzione

5) *(2 p.ti)* Sia $f(x) = cx^r$, c e r costanti reali. La quantità $\epsilon = \frac{xf'(x)}{f(x)}$ è data da $\epsilon = cr$.
□ Vero □ Falso

6) *(2 p.ti)* La funzione $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$ non è definita in $x = 0$. Essa è definita e continua in 0 se

1. $f(0)$ assume qualsiasi valore reale
2. $f(0) = 2$
3. $f(0) = 1$

7) *(2 p.ti)* Sia $F(x)' = f(x)$ con $f(x)$ continua su $[a, b]$. Allora

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
2. $\int_a^b F(x)dx = f(b) - f(a)$
3. $\int_a^b f(x)dx = F(x) + c$

8) *(2 p.ti)* Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange.