

MATEMATICA GENERALE - Canali III, IV

Sessione Invernale, II Appello, 31/1/2012, A.A. 2011/2012, Compito 2

Cognome Nome Matricola

Canale ☐ III (Prof. Ramponi)

☐ IV (Prof.ssa Tessitore)

Firma

1) (9 p.ti) Studiare la funzione $f(x) = \log\left(\frac{-2x}{1-x}\right)$.

a] Dominio e segno

b] Limiti e asintoti

c] Determinazione punti critici (ovvero stazionari)

d] Studio massimi e minimi

e] Grafico (lo studio di eventuali flessi è opzionale).

2) (5 p.ti) Determinare il gradiente e la matrice Hessiana della funzione

$$f(x, y) = xy^2 - y^2 - 2x^2$$

e, se esistono, i punti stazionari.

3) (7 p.ti) Studiare al variare del parametro $t \in \mathbb{R}$ le soluzioni del sistema e trovarle:

$$\begin{cases} x - y &= 1 \\ x - 4y &= t \\ x + ty &= 0 \end{cases}$$

Individuare la risposta corretta nelle seguenti domande a risposta multipla. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata -1 punto, risposta non data 0 punti, l'ultima domanda vale 2 punti.

4) (2 p.ti) Sia $F(x)' = f(x)$ con $f(x)$ continua su $[a, b]$. Allora

1. $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
2. $\int_a^b f(x)dx = F(x) + c$
3. $\int_a^b F(x)dx = f(b) - f(a)$

5) (2 p.ti) La funzione $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x}$ non è definita in $x = 0$. Essa è definita e continua in 0 se

1. $f(0) = 2$
2. $f(0)$ assume qualsiasi valore reale
3. $f(0) = 1$

6) (2 p.ti) Siano $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$ e \mathbf{v}_3 vettori in \mathbb{R}^3 linearmente indipendenti, la matrice $A_{3 \times 3} = (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ e sia $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$. Allora

1. il sistema $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$ non ammette soluzioni
2. il sistema $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$ ammette un'unica soluzione
3. il sistema $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$ ha infinite soluzioni

7) (2 p.ti) Sia $f(x) = \alpha x^\beta$, α e β costanti reali. La quantità $\epsilon = \frac{xf'(x)}{f(x)}$ è data da $\epsilon = \alpha\beta$.
☐ Vero ☐ Falso

8) (2 p.ti) Enunciare e dimostrare il Teorema di Lagrange.