Corso di Matematica Generale
Esercitazione 7
Studio di funzioni e polinomio di Taylor

Dr. Stefano Guarino
guarino@mat.uniroma3.it

19 Novembre, 2014

1. Studiare le seguenti funzioni e tracciarne il grafico:
   (a) $f(x) = e^{-x} - e^{-3x}$
   (b) $f(x) = e^{-x}(1 - e^{-2x})$
   (c) $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)(x-2)^2}$
   (d) $f(x) = \frac{x^2}{1-3x-x|x|}$
   (f) $f(x) = \frac{x^2}{\ln|x|-1}$
   (g) $f(x) = (x-1)^3(2-x)$
   (h) $f(x) = x^{\frac{2\log x - 3}{\log x - 2}}$
   (i) $f(x) = (x^2-4)e^{-|x|}$
2. Calcolare lo sviluppo di Taylor, determinando il resto, delle seguenti funzioni, nel punto x_0 e fino all'ordine n indicato:
   (a) $f(x) = e^x$ $\quad x_0 = -1, \quad n = 3$
   (b) $f(x) = \sin x$ $\quad x_0 = \frac{\pi}{2}, \quad n = 5$
   (c) $f(x) = \ln x$ $\quad x_0 = 2, \quad n = 3$
   (d) $f(x) = \log(1+3x)$ $\quad x_0 = 0, \quad n = 3$
   (e) $f(x) = \cos(x^2)$ $\quad x_0 = 0, \quad n = 10$
   (f) $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ $\quad x_0 = 0, \quad n = 3$
   (g) $f(x) = e^{x^3} - 1 - x^3$ $\quad x_0 = 0, \quad n = 12$
   (h) $f(x) = \ln(1+\sin x)$ $\quad x_0 = 0, \quad n = 3$
   (i) $f(x) = \sin^2 x - \sin x^2$ $\quad x_0 = 0, \quad n = 4$
   (j) $f(x) = \frac{1}{1+3x-x^2}$ $\quad x_0 = 0, \quad n = 4$
3. Utilizzando lo sviluppo di Taylor, calcolare i seguenti limiti:
   (a) $\lim_{x\to 0} \frac{e^x - 1 + \ln(1-x)}{\tan x - x}$
   (b) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2} - \cos x - \frac{3}{2}x^2}{x^4}$
   (c) $\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x^2) + 1 - e^{x^2}}{\sqrt{1+2x^4} - 1}$
   (d) $\lim_{x\to +\infty} \left(x - x^2 \ln\left(1 + \sin\frac{1}{x}\right)\right)$
   (e) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x^3-1}{\sin x(x^2+5x+6)}$
   (f) $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}\right)$
   (g) $\lim_{x\to 0} \frac{x^2 - \sin^2 x}{x^3(e^x - \cos x)}$
   (h) $\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - e}{x}$