ESERCITAZIONE di
MATEMATICA GENERALE - CLEF
Prof.ssa Tessitore

Tutor: Dott. Dario Antolini e Dott. Gianluca Marzo

20/12/2018, A.A. 2018/2019

Massimi e minimi non vincolati

Es. 1. Determinare il gradiente, ∇f, e la matrice hessiana, Hess(f), nei seguenti casi.

(1) $f(x,y) = x^2 + 2xy - xy^2$;

(2) $f(x,y) = ye^{2x^2}$;

(3) $f(x,y) = y^2e^{-x}$;

(4) $f(x,y) = \log(x^2 + y^2)$;

(5) $f(x,y) = \frac{1}{\sqrt{7x+4y-2}}$;

(6) $f(x,y) = \log(1 - x^2 - y^2)$;

(7) $f(x,y) = \frac{\sqrt{1-x}}{y}$;

(8) $f(x,y) = e^{\frac{x}{y}}$;

(9) $f(x,y,z) = xy^2 + yz^3 - z^2$;

(10) $f(x,y,z) = y\log(x)e^{zy}$;

(11) $f(x,y,z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$;

(12) $f(x,y,z) = \log(\frac{1}{z} + xy)$;

Es. 2. Determinare e studiare la natura dei punti critici delle seguenti funzioni.

(1) $f(x,y) = x^2 + y^2$;

(2) $f(x,y) = x^2y$;

(3) $f(x,y) = e^y + xy$;

(4) $f(x,y) = x^3y^2 + 5x^2y - x^2y + 3$;

(5) $f(x,y) = x^3 + y^3 + xy$;

(6) $f(x,y) = 4x^4 - 16x^2y + x$;

(7) $f(x,y) = 2(x^2 + y^2 + 1) - (x^4 - y^4)$;

(8) $f(x,y) = 2(x^4 + y^4 + 1) - (x + y)^2$;

(9) $f(x,y) = \ln(1 + x^2 + y^2)$;

Massimi e minimi vincolati di funzioni a più variabili

Es. 3. Determinare i massimi e minimi delle funzioni relativamente al vincolo indicato.

(1) $f(x,y) = x + y$, $\quad M = \{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \,\}$

(2) $f(x,y) = x + y$, $\quad M = \{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leqslant 1 \,\}$

(3) $f(x,y) = x + y$, $\quad M = \{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy = 1, x > 0, y > 0 \,\}$

(4) $f(x,y) = xy$, $\quad M = \{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \,\}$

(5) $f(x,y) = x^2y$, $\quad M = \{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^4 + y^4 = 1 \,\}$

(6) $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2} + y^2 - 1$, $\quad M = \{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 9 \,\}$

(7) $f(x,y) = \sqrt{2x^2 - xy + y^2}$, $\quad M = \{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y = 8 \,\}$

(8) $f(x,y) = x^2 + y^2$, $\quad M = \{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2 + (y-2)^2 - 20 = 0 \,\}$

(9) $f(x,y) = 2x^2 + y^2 - x$, $\quad M = \{\, (x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1 \,\}$