ESERCITAZIONE di
MATEMATICA GENERALE - CLEF

Prof.ssa Tessitore (canale **M - Z**)

Tutor: Dott. Marzo (**M - Pi**, **T5**) & Dott. Ricciardi (**Po - Z**, **T7**)

24/10/2019 - A.A. 2019/2020

1 Limiti di Funzioni, Asintoti & Continuità

Es. 1. Verificare i seguenti limiti applicando la definizione.

(1.a) $\lim_{x\to 2} e^{-x} = e$.

(1.b) $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = 4$.

(1.c) $\lim_{x\to -1} \frac{x}{(x+1)^2} = -\infty$.

(1.d) $\lim_{x\to 0} e^{-\sqrt{x}} = 1$.

Es. 2. Calcolare i seguenti limiti.

(2.a) $\lim_{x\to +\infty} \frac{x^3-x+1}{x^2-3x^3-4}$.

(2.b) $\lim_{x\to -\infty} \frac{x^2}{9x^2-16} - \frac{2x}{3x+4}$.

(2.c) $\lim_{x\to \infty} \frac{3x^3-x^2+4x-1}{2x^5+4x^3+2}$.

(2.d) $\lim_{x\to e^+} \frac{1}{1-\log x}$.

(2.e) $\lim_{x\to 0^+} \sqrt{\frac{1}{x}}$.

(2.f) $\lim_{x\to -6} \frac{x^2+4x-12}{x^2+9x+18}$.

(2.g) $\lim_{x\to 1} \frac{e^x-e}{2x-2}$.

(2.h) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{-4x}-1}{x^2-x}$.

(2.i) $\lim_{x\to 0^+} (2x)^{\frac{2}{\log 2x}}$.

(2.j) $\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{-3}{\log x}}$.

(2.k) $\lim_{x\to -\infty} -2x(e^{-\frac{1}{2x}} - 1)$.

(2.l) $\lim_{x\to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$.

(2.m) $\lim_{x\to 0} \sqrt{e^{-x}+1}$.

(2.n) $\lim_{x\to 1} \frac{x^3+8x^2+9x-18}{x^3-2x^2-5x+6}$.

Es. 3. Dopo aver determinato il Dominio e Segno per le seguenti funzioni, verificare se esistano o meno asintoti (verticali, orizzontali o obliqui) e le determinare le loro equazioni. Riportare i risultati sul piano cartesiano.

(3.a) $f(x) = \frac{x^2-3}{x}$.

(3.b) $f(x) = \sqrt{2x^2+x-1}$.

(3.c) $f(x) = \frac{x^2-x+1}{x+3}$.

(3.d) $f(x) = e^{-x^2}$.

(3.e) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x+2}$.

(3.f) $f(x) = \frac{1}{x^3+5x^2-8x-12}$.

(3.g) $f(x) = \frac{\log(x)}{x}$.

(3.h) $f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$.

(3.i) $f(x) = \sqrt{\frac{x^3-1}{x^2-x}}$.

(3.j) $f(x) = \sqrt{\frac{x-4}{x}}$.

(3.k) $f(x) = \frac{1}{e^x-1}$.

(3.l) $f(x) = \frac{2e^{-x}}{x}$.

(3.m) $f(x) = \frac{1}{\log x}$.

Es. 4. Verificare se le seguenti funzioni sono continue.

(4.a) $f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x^2-3x+9}$.

(4.b) $f(x) = 3 + \log x$.

(4.c) $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$.

(4.d) $f(x) = \frac{\log(x)}{x}$.

(4.e) $f(x) = \begin{cases} 3^{\frac{1}{x}} & \text{se } x < 0 \\ \sqrt{x} & \text{se } x \geqslant 0 \end{cases}$;

(4.f) $f(x) = \begin{cases} 2x - 7 & \text{se } x \leqslant 5 \\ 2x + 7 & \text{se } x > 5 \end{cases}$;

(4.g) $f(x) = \begin{cases} 2x + x & \text{se } x < 0 \\ 1 - \sqrt{x} & \text{se } 0 \leqslant x < 1 \\ \log x & \text{se } x \geqslant 1 \end{cases}$;

(4.h) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{se } x < 0 \\ 2 & \text{se } x = 0 \\ x^2 - 2x & \text{se } x > 0 \end{cases}$;

Es. 5. Determinare i valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ affinché le seguenti funzioni siano continue in tutto $\mathbb{R}$.

(5.a) $f(x) = \begin{cases} 5x + 3 & x \geqslant 1 \\ 2x + \alpha & x < 1 \end{cases}$;

(5.b) $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & x \geqslant 3 \\ \alpha x + 3 & x < 3 \end{cases}$;

(5.c) $f(x) = \begin{cases} \alpha x + \beta & x \geqslant 0 \\ (1+x)^{\frac{1}{x}} & x < 0 \end{cases}$;

(5.d) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 6 & \text{se } x \leqslant -3 \\ \alpha x + \beta & \text{se } -3 < x \leqslant 2 \\ x^3 + \alpha & \text{se } x > 2 \end{cases}$;

(5.e) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2\beta & \text{se } x < -1 \\ 2x - \beta & \text{se } -1 \leqslant x < 3 \\ \sqrt{2x + \alpha} & \text{se } x \geqslant 3 \end{cases}$;

(5.f) $f(x) = \begin{cases} \log(x^3 - 28\alpha) - \log 2 - \log 10 & \text{se } x < 6 \\ \log(x + \alpha) & \text{se } x \geqslant 6 \end{cases}$

(5.g) $f(x) = \begin{cases} 2^{3x} - \alpha^5 - 29 & \text{se } x < 2 \\ 3^{x-1} & \text{se } x \geqslant 2 \end{cases}$;

(5.h) $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x}-1}{x} + \alpha x + \beta & \text{se } x < 0 \\ x - \alpha & \text{se } 0 \leqslant x \leqslant 1 \\ \frac{2\beta}{\log_2(3-x)} & \end{cases}$;

2 Serie Geometrica

Es. 6. Stabilire quali tra le seguenti è una serie geometrica convergente, nel qual caso calcolarne la somma.

(6.a) $\sum_{n=0}^{\infty} (\frac{1}{2})^n$

(6.b) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{3}{4})^n$

(6.c) $\sum_{n=2}^{\infty} (\frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{3}+1})^n$

(6.d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n+1}}{e^{3n+1}}$

(6.e) $\sum_{n \geqslant 1} (\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}})^n$

(6.f) $\sum_{n=0}^{\infty} (\frac{\pi}{4})^n$

(6.g) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{7^n}{8^n}$

(6.h) $\sum_{n \geqslant 0}^{\infty} \frac{\pi^n}{2^n}$

(6.i) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{2n}}{e^n}$