

Esercitazione di Matematica Generale - CLEF

10 Ottobre 2024

Esercizio 1. Siano $A = (-\infty, -3)$, $B = (-\sqrt{7}, 2\sqrt{2})$, $C = (-2, +\infty)$, determinare

- a) $A \cup B \cup C$
- b) $A \cap B \cap C$
- c) $A \cup B$
- d) $A \cup C$
- e) $A^C \cap B^C \cap C^C$

Esercizio 2. Siano $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2 \leq 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 3x - 1 \geq 0\}$. Calcolare $A \cup B$.

Esercizio 3. Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia $A_n = \{x \in \mathbb{N} \mid x \neq n + 1\}$. Calcolare

- a) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$;
- b) $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$.

Esercizio 4. Siano $A = (-\infty, -3)$, $B = (-\sqrt{7}, 2\sqrt{2})$, $C = (-2, +\infty)$, determinare l'insieme dei maggioranti, l'insieme dei minoranti, l'estremo superiore, l'estremo inferiore, il massimo, il minimo, i punti interni, i punti di frontiera dei seguenti insiemi

- a) $A \cup B \cup C$
- b) $A \cap B \cap C$
- c) $A \cup B$
- d) $A \cup C$
- e) $A^C \cap B^C \cap C^C$

Esercizio 5. Determinare l'insieme dei maggioranti, l'insieme dei minoranti, l'estremo superiore, l'estremo inferiore, il massimo, il minimo, i punti interni, i punti di frontiera del seguente insieme

$$A = \left\{ \frac{1}{n} \right\}_{n \geq 1} \cup \left\{ \frac{n+1}{n} \right\}_{n \geq 1}$$

Esercizio 6. Stabilire se i seguenti insiemi sono aperti o chiusi oppure né aperti né chiusi:

- i) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < |x - 2| < 3\}$;
- ii) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n-1}{n}, n \in \mathbb{N}^+\} \cup [0, 1]$
- iii) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^+\}$
- iv) $\{x \in \mathbb{R} \mid (x-2)^2 \neq 2\}$

Esercizio 7. Stabilire se i seguenti insiemi sono limitati o non limitati in \mathbb{R} , e determinarne, ove possibile, \inf , \sup , \max o \min in \mathbb{R} :

- i) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n - (-1)^n}{n+1}, n \in \mathbb{N}^+\}$
- ii) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{2}{n} - 1, n \in \mathbb{N}^+\} \cup [1, 2]$
- iii) $\{x \in \mathbb{R} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}\} \cup [0, 1]$
- iv) $[-2, 5) \cup \{\frac{13}{2}, 9\}$

Esercizio 8. Dire se l'applicazione $\phi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definita da

$$\phi(0) = 0$$

$$\phi(x) = x - 1 \text{ se } x \in \mathbb{N}^*$$

è iniettiva e surgettiva.

Esercizio 9. Dire se l'applicazione $\phi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definita da

$$\phi(x) = x + 1 \text{ se } x \in \mathbb{N}^*$$

è iniettiva e surgettiva.

Esercizio 10. Dire se l'applicazione $\phi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definita da

$$\phi(x) = x + 1 \text{ se } x \in \mathbb{N}^*$$

è iniettiva e surgettiva.

Esercizio 11. Dire se l'applicazione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = x^3$$

è iniettiva e surgettiva.

Esercizio 12. Dire se l'applicazione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = x^2$$

è iniettiva e surgettiva.