

ESERCITAZIONE di MATEMATICA GENERALE - CLEF

14/11/2024 - A.A. 2024/2024

Es. 1. Calcolare la derivata prima delle seguenti funzioni:

$$(1) f(x) = x^5 - 3x^2 + 2x + \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2};$$

$$(2) f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x^2};$$

$$(3) f(x) = e^x + e^2 + 5 \log(x) + \sin(x);$$

$$(4) f(x) = x^3 e^x + x \log(x);$$

$$(5) f(x) = \frac{x-1}{x+2};$$

$$(6) f(x) = \frac{x^2 + 3x - 2}{x+3};$$

$$(7) f(x) = \frac{x}{e^{2x}};$$

$$(8) f(x) = \sqrt{x^4 + 5x^2 + 2};$$

$$(9) f(x) = \cos^2(x) - \cos(x^2);$$

$$(10) f(x) = e^{\sqrt{x^4+1}};$$

$$(11) f(x) = (\sqrt{x^2+5})e^x;$$

$$(12) f(x) = \sqrt{\sin^2(e^{x^2+x})};$$

$$(13) f(x) = \log\left(\frac{x+6}{2-x}\right);$$

$$(14) f(x) = \log\left(\frac{e^{2x}}{x-1}\right);$$

$$(15) f(x) = \sqrt{\frac{1}{2x}};$$

Es. 2. Stabilire se le seguenti funzioni soddisfano le ipotesi del Teorema di Rolle nell'intervallo indicato e, in caso affermativo, determinare esplicitamente i punti dell'intervallo per cui vale la tesi del teorema:

$$(1) f(x) = x^2 + x - 2 \quad [-2, 1];$$

$$(2) f(x) = \frac{3}{1-x} \quad [0, 2];$$

$$(3) f(x) = \frac{x^2 + 1}{4 - x^2} \quad [-1, 1];$$

$$(4) f(x) = \frac{|x|}{x^2 - 4} \quad [-1, 1];$$

Es. 3. Stabilire se le seguenti funzioni soddisfano le ipotesi del Teorema di Lagrange nell'intervallo indicato e, in caso affermativo, determinare esplicitamente i punti dell'intervallo per cui vale la tesi del teorema:

$$(1) f(x) = x^5 + x^4 - 7 \quad [-1, 0];$$

$$(2) f(x) = \frac{x-1}{x} \quad [1, 2];$$

Es. 4. Individuare i punti critici delle seguenti funzioni e stabilire se sono punti di massimo locale o di minimo locale:

(1) $f(x) = x^3 + x^2 + 9$;

(2) $f(x) = x^3(x - 1)^2$;

(3) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$;

(4) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$;

(5) $f(x) = \ln(1 + x^2)$;

(6) $f(x) = x\sqrt{2 - x^2}$;

Es. 5. Studiare i punti di massimo e minimo locale della seguente funzione, e, tracciarne un grafico qualitativo sul piano cartesiano:

$$f(x) = \frac{\ln^2 x + 2 \ln x - 1}{2x}$$