

Esercitazione di Matematica Generale CLEF

21 Novembre 2024 A.A. 2024-2025

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti con la regola di de L'Hôpital

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}; \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1-\cos x};$$

$$(c) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^{x^2}+1)}{3x^2}; \quad (d) \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}.$$

Esercizio 2. Calcolare il polinomio di Taylor delle seguenti funzioni attorno al punto specificato e arrestando lo sviluppo all'ordine indicato:

a) $f(x) = \ln(2-x)$ ($x_0 = 1$, $n = 3$),

b) $f(x) = \sqrt{1+\sin x}$ ($x_0 = 0$, $n = 2$).

Esercizio 3. Calcolare i seguenti integrali immediati:

$$(a) \quad \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

$$(e) \quad \int \tan(x) dx$$

$$(b) \quad \int \sin(x) \cos(x) dx$$

$$(f) \quad \int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$$

$$(c) \quad \int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{\sqrt{x}} dx$$

$$(g) \quad \int \frac{\sin(\sqrt{x}) \cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$$

$$(d) \quad \int x^2 \sin(x^3) dx$$

$$(h) \quad \int \frac{\cos(\log(x))}{x} dx$$

Esercizio 4.

Calcolare i seguenti integrali per sostituzione:

$$(a) \int \frac{1}{\sqrt{4-x}} dx$$

$$(e) \int \sin^7(x) \cos(x) dx$$

$$(b) \int \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} dx$$

$$(f) \int \sin(2x)(1 + \cos^2(x)) dx$$

$$(c) \int \frac{1}{x \log(x)} dx$$

$$(g) \int \frac{\sin(2 + \sqrt{x})}{3\sqrt{x}} dx$$

$$(d) \int \frac{\log^3(x) + 3 \log(x) - \sqrt{2}}{x} dx$$

$$(h) \int \frac{x}{1+x^4} dx$$

Esercizio 5.

Calcolare i seguenti integrali per parti:

$$(a) \int x e^{-2x} dx$$

$$(e) \int \arctan(x) dx$$

$$(b) \int (x+2) \log(x) dx$$

$$(f) \int x^2 \arcsin(x) dx$$

$$(c) \int \log(x) dx$$

$$(g) \int e^x \sin(x) dx$$

$$(d) \int (2x+5) \cos(x) dx$$

$$(h) \int \sin^2(x) dx$$

Esercizio 6.

Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$(a) \int_1^3 \frac{2x^2-1}{x} dx$$

$$(c) \int_0^{\ln(2)} \frac{e^{x+2}}{e^x+1} dx$$

$$(b) \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln(x)} dx$$

$$(d) \int_0^\pi x \sin(x) dx$$