

Esercitazioni di Matematica Generale

CLEF

5 Dicembre 2024

Esercizio 1.

Calcolare i determinanti delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -11 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 7 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & -3 \end{pmatrix}; \quad F = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix};$$

$$G = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 2. Calcolare il rango delle seguenti matrici al variare di k

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k & 3 \\ 2k & 2 & 6 \\ -k & -1 & -3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & k & 0 \\ 1 & 0 & -2 & k \\ k & 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} k-1 & 0 & k & 4 \\ 1 & 0 & k & -1 \\ 2 & 3 & k-1 & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 3.

Dopo aver stabilito se le seguenti matrici sono invertibili, calcolarne l'inversa

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

Esercizio 4.

Sia A la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 1 & k & 0 \\ 0 & 1 & k-4 \\ 2 & k & 0 \end{pmatrix}$$

- a) stabilire per quali valori di k la matrice A è invertibile;
b) per i valori trovati al punto precedente determinare l'inversa di A .

Esercizio 5.

Sia A la matrice reale

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -4k & 4k-1 & k-2 \\ 0 & 1-4k & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Calcolare il rango di A al variare del parametro k ;
b) esistono valori di k per i quali la matrice è invertibile?.

Esercizio 6. Discutere la compatibilità dei seguenti sistemi

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_4 = 1 \\ x_3 - x_4 = -1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 = 3. \end{cases}$$

Esercizio 7. Discutere la compatibilità del seguente sistema al variare del parametro k

$$\begin{cases} x + y + kz = 1 \\ x + ky + z = 1 \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$

Esercizio 8.

Studiare la dipendenza o indipendenza lineare dei seguenti vettori di \mathbb{R}^3 :

$$\mathbf{v}^1 = (1, -3, 7), \quad \mathbf{v}^2 = (2, -1, -1), \quad \mathbf{v}^3 = (-4, 2, 2)$$

Esercizio 9.

Studiare la dipendenza o indipendenza lineare dei seguenti vettori di \mathbb{R}^3 :

$$\mathbf{v}^1 = (1, -1, 2), \quad \mathbf{v}^2 = (5, 2, 0), \quad \mathbf{v}^3 = (3, 4, -4)$$

Esercizio 10. Per quali valori di k i vettori $(1, 1, 1)$, $(1, k, 2)$, $(1, 1, k-1)$ sono linearmente indipendenti?