

Esercitazione di Matematica Generale - CLEF

9 Ottobre 2025

Esercizio 1. Siano $A = (-\infty, -2)$, $B = (-\sqrt{5}, 3)$, $C = (0, +\infty)$, determinare

- a) $A \cup B \cup C$
- b) $A \cap B \cap C$
- c) $A \cup B$
- d) $A \cup C$
- e) $A^C \cap B^C \cap C^C$

Esercizio 2. Siano $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4 < 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x + 3 \geq 0\}$. Calcolare $A \cup B$.

Esercizio 3. Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia $A_n = \{x \in \mathbb{N} \mid x \neq 2n\}$. Calcolare

- a) $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$;
- b) $\bigcap_{n \in \mathbb{N}} A_n$.

Esercizio 4. Siano $A = (-\infty, -1)$, $B = (-\sqrt{3}, 4)$, $C = (-3, +\infty)$, determinare l'insieme dei maggioranti, l'insieme dei minoranti, l'estremo superiore, l'estremo inferiore, il massimo, il minimo, i punti interni, i punti di frontiera dei seguenti insiemi

- a) $A \cup B \cup C$
- b) $A \cap B \cap C$
- c) $A \cup B$
- d) $A \cup C$
- e) $A^C \cap B^C \cap C^C$

Esercizio 5. Determinare l'insieme dei maggioranti, l'insieme dei minoranti, l'estremo superiore, l'estremo inferiore, il massimo, il minimo, i punti interni, i punti di frontiera del seguente insieme

$$A = \left\{ \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\} \cup \left\{ \frac{n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}$$

Esercizio 6. Stabilire se i seguenti insiemi sono aperti o chiusi oppure né aperti né chiusi:

- i) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < |x - 1| \leq 2\};$
- ii) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{n+1}{n}, n \in \mathbb{N}^+\} \cup (1, 2)$
- iii) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x = \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{N}^+\}$
- iv) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid (x - 3)^2 \neq 4\}$

Esercizio 7. Stabilire se i seguenti insiemi sono limitati o non limitati in $\mathbb{R}$, e determinarne, ove possibile, $\inf$, $\sup$, $\max$ o $\min$ in $\mathbb{R}$:

- i) $A = \left\{ \frac{n+(-1)^n}{n} \mid n \in \mathbb{N}^+ \right\}$
- ii) $B = \left\{ \frac{3}{n} + 1 \mid n \in \mathbb{N}^+ \right\} \cup (2, 3]$
- iii) $C = \{3n \mid n \in \mathbb{N}\} \cup [-1, 0]$
- iv) $D = [-3, 4) \cup \left\{ \frac{17}{3}, 10 \right\}$

Esercizio 8. Dire se l'applicazione

$$\psi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad \text{definita da} \quad \psi(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = 0 \\ x + (-1)^x & \text{se } x \in \mathbb{N}^+ \end{cases}$$

è **iniettiva** e **suriettiva**.

Esercizio 9. Dire se l'applicazione

$$\psi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \quad \text{definita da} \quad \psi(x) = x^2$$

è **iniettiva** e **suriettiva**.

Esercizio 10. Dire se l'applicazione

$$\varphi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \quad \text{definita da} \quad \varphi(x) = x^2$$

è **iniettiva** e **suriettiva**.

Esercizio 11. Dire se l'applicazione

$$\theta : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \quad \text{definita da} \quad \theta(x) = \begin{cases} x - 2 & \text{se } x \text{ è pari} \\ x + 2 & \text{se } x \text{ è dispari} \end{cases}$$

è **iniettiva** e **suriettiva**.

Esercizio 12. Dire se l'applicazione

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{definita da} \quad f(x) = x^4 - 2x^2$$

è **iniettiva** e **suriettiva**.

Esercizio 13. Dire se l'applicazione

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{definita da} \quad f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$$

è **iniettiva** e **suriettiva**.