

# MATEMATICA FINANZIARIA

Isabella Valdivia

## Esercitazione su Duration e Immunizzazione 22 Marzo 2023

- 1) Determinare prezzo e duration all'emissione di un'obbligazione a 10 anni con cedola 8% e scambiato al tasso del 10%.
- 2) Ho investito € 5000 in un titolo con yield to maturity del 5% e Duration  $D = 10$  anni. Se lo yield to maturity aumenta di 10 punti base (cioè 0,1%, dal momento che un punto base è la centesima parte di 1%, vale a dire è lo 0,01%), cosa accadrà approssimativamente al valore del mio investimento?
- 3) Un titolo paga  $c_1 = c_2 = 70$  tra 1 e 2 anni rispettivamente e poi  $c_3 = 1070$  tra 3 anni. Il tasso di mercato corrente è  $r = 7\%$ . Calcolare il prezzo corrente  $P$  del titolo. Calcolare la duration  $D$  del titolo. Stimare attraverso  $D$  la variazione assoluta  $\Delta$  del prezzo corrente indotta da una variazione  $\Delta r = 1\%$  del tasso di mercato.
- 4) Si consideri una rendita perpetua posticipata avente rata costante  $R$  con valore attuale pari a € 2000, calcolato ad un tasso annuo costante  $r$ . Sapendo che la duration di tale rendita è 21 anni determinare quanto valgono il tasso di interesse annuo  $r$  e la rata.
- 5) Si consideri un BTP a scadenza 3 anni a cedola semestrale, valore nominale di € 1000 e prezzo di emissione di € 945. Calcolare l'importo annuo delle cedole e il relativo tasso cedolare se il rendimento a scadenza è pari al 10%.
- 6) Sia data una rendita immediata posticipata di durata 4 anni e rate costanti di € 10 pagate annualmente. Se il tasso annuo è pari al 6%, determinare
  - i) il valore attuale della rendita;
  - ii) la relativa duration di Macaulay.
- 7) Si consideri un titolo obbligazionario quotato alla pari che garantisce due importi di € 70 tra 1 e 2 anni e un importo di € 1070 tra 3 anni. Determinare il rendimento alla scadenza e la duration di Macaulay del titolo.

8) Si consideri al tempo  $t_0 = 0$  un'obbligazione quotata alla pari con valore nominale di € 100, cedola semestrale, vita residua 2 anni e tasso di rendimento alla scadenza del 5%. Determinare la successione di flussi di cassa generata dal titolo e calcolare la duration di Macaulay. Si ripeta l'esercizio nel caso in cui il tasso cedolare è pari al 6,5%.

9) Consideriamo un portafoglio composto da  $q_1 = 100$  quote di un BTP con prezzo  $P_1 = 101,3$  e duration  $D_1 = 2,4$  e  $q_2 = 50$  quote di un BTP con prezzo  $P_2 = 104,2$  e duration  $D_2 = 4,5$ . Il tasso di rendimento di mercato è del 6%. Calcolare la Duration del portafoglio ed approssimare il nuovo valore del portafoglio se il tasso di rendimento diventa dell'8%.

10) Si considerino uno ZCB con scadenza 2 anni, valore nominale di € 100 e tasso di rendimento del 5% e un titolo obbligazionario a cedola fissa con durata residua 2 anni, valore nominale € 100, cedole annuali al 7% nominale annuo e tasso di rendimento pari a quello dello ZCB. Calcolare la duration di Macaulay di un portafoglio costituito da 15 unità di ZCB e 10 unità di titolo obbligazionario.

11) Si supponga di dover disporre di una somma pari a € 20000 tra 2 anni e quindi di investire in due tipologie di ZCB, rispettivamente con scadenza tra 1 e 3 anni, entrambi con valore nominale di € 100, al tasso di mercato del 4%. Si costruisca un portafoglio di tali titoli in modo tale che questo risulti immunizzato rispetto ad un'ipotetica variazione immediata del tasso. Provare l'efficacia dell'immunizzazione sia nel caso in cui ci sia immediata diminuzione del tasso al 2,5%, sia nel caso di un aumento immediato al 5,5%.

12) Si consideri il seguente flusso

$$a \backslash t = \{200, 100, 500\} \backslash \{1, 2, 3\},$$

con scadenziario espresso in anni. Determinare il tasso  $r$  in modo tale che la duration del flusso  $D(r)$  sia di 2,3 anni.

13) La società Alpha sa di dover pagare sia tra 2 che tra 4 anni un importo di € 100 e decide di coprirsi da eventuali variazioni dello stato del mercato, caratterizzato all'istante iniziale da una struttura piatta con tasso annuo  $r = 5\%$ . Si supponga che sul mercato siano disponibili i seguenti titoli

- BTP con scadenza a 2 anni, cedola annua e  $TAN = 7\%$ ;
- BTP con scadenza a 5 anni, cedola annua e  $TAN = 5\%$ .

Determinare le quote  $a_1$  e  $a_2$  da investire rispettivamente nel BTP con scadenza 2 anni e nel BTP con scadenza a 5 anni in modo che il flusso costituito dalle attività e dalle passività risulti immunizzato.

14) Una ditta prevede di dover pagare un capitale  $C_1 = 50000$  tra 2 anni e un capitale  $C_2 = 100000$  tra 4 anni. Intende immunizzarsi dal rischio di tasso con un'obbligazione zero coupon che scade tra 1 anno e il cui costo è  $P_1 = 95$ , e con un coupon bond che quota alla pari e che ha duration 5 anni. Assumendo un interesse annuo  $r = 10\%$ , determinare quante quote deve acquistare delle due obbligazioni.