

Esercizio 1

Determinare la distribuzione di probabilità e la funzione di ripartizione della v.c. discreta X = numero di croci in 3 lanci di una moneta. Calcolare $F(-1)$, $F(1.5)$, $F(300)$.

Esercizio 2

In un'azienda 10 dipendenti hanno registrato una sola ora di lavoro straordinario, 15 dipendenti "2" ore e 20 dipendenti "3" ore. Si selezionano a sorte dal database, senza essere reinseriti, i nomi di due dipendenti. Sia X il numero aleatorio="ammontare complessivo delle ore di lavoro straordinario".

- Scrivere l'espressione analitica della funzione di probabilità di X .
- Determinare la funzione di ripartizione di X e rappresentarla graficamente.
- Calcolare il valore atteso di X .
- Calcolare la varianza di X .

Esercizio 3

Sia X un numero aleatorio discreto con distribuzione uniforme sull'insieme $\Omega = \{-4, -2, 0, 2, 5\}$. Ricavare la funzione di probabilità di:

1. $Y=4+2X$.
2. Verificare che $E(Y) = a + b \cdot E(X)$ e $Var(Y) = b^2 \cdot Var(X)$.

Esercizio 4

Un giocatore d'azzardo vince 20\$ se la carta estratta dal mazzo è di cuori e 40\$ se è di quadri; ne perde 30\$ se è di fiori e non vince nè perde se esce picche. Determinare il valore atteso della v.a. vincita X .

Esercizio 5

Si consideri il lancio di tre monete. Si definiscano due variabili aleatorie:

X ="numero di realizzazioni dell'evento testa"

Y ="numero di cambi nella sequenza", ovvero il numero di volte in cui si passa da testa a croce e viceversa.

1. Trovare la funzione di probabilità $P(X; Y)$
2. Quali sono le distribuzioni di probabilità marginali della X e della Y ?
3. Trovare la funzione di ripartizione $P(X \leq x; Y \leq y)$.
4. Qual è la probabilità di osservare fino a 2 realizzazioni di X e 1 di Y ? $P(X \leq 2; Y \leq 1)$.
5. Trovare la funzione di probabilità condizionata di $X \mid Y = 0$ e quella di $Y \mid X = 2$.
6. Quanto è $E(X \mid Y = 2)$? Quanto è $E(Y \mid X = 3)$?
7. Calcolare $E(X)$, $E(Y)$, $E(X^2)$, $E(Y^2)$, $E(XY)$.
8. Calcolare σ_x e σ_y .
9. Calcolare il coefficiente di correlazione lineare ρ_{XY} .
10. Stabilire se X e Y sono indipendenti.
11. Dato $Z = 2X - Y$, determinare $E(Z)$ e $Var(Z)$.

Esercizio 6

Negli anni si è osservato che la probabilità di laurearsi di uno studente iscritto alla Facoltà di Economia è pari a 0.35. All'inizio di un anno accademico vengono estratti a sorte (con reinserimento) 10 numeri di matricola. Determinare la probabilità che, dei 10 studenti così selezionati, se ne laureino:

1. nessuno
2. due
3. almeno uno

Esercizio 7

Un recente studio, mostra che il 75% delle aziende start-up avrà un bilancio positivo entro 3 anni dall'apertura dell'attività. Vengono intervistate 5 aziende costituite 3 anni prima.

1. Qual è la probabilità che tutte e 5 le aziende abbiano un bilancio positivo?
2. Qual è la probabilità che più di tre abbiano un bilancio positivo?
3. Qual è la probabilità che meno di 2 di esse abbia un bilancio positivo?
4. Calcolare il valore atteso e la deviazione standard della variabile X .