0.1 Esercitazione III, del 21/10/2008

Esercizio 0.1.1. Risolvere il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

Esercizio 0.1.2. Risolvere al variare del parametro k i seguenti sistemi lineari

1. $$\begin{cases} x + y + kz = 1 \\ x + z = 0 \\ x + y + k^3 z = 3 \end{cases}$$

2. $$\begin{cases} x + y + kz = 2 \\ x + z = 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

Esercizio 0.1.3. Calcolare il rango delle seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Esercizio 0.1.4. Determinare k in maniera che il rango della seguente matrice sia minimo.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ k & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & k & -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Esercizio 0.1.5. Usare Rouchè-Capelli per dire quale dei seguenti sistemi ha soluzione. In caso di esistenza dire quante sono e trovarle.

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - y = 3 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = -1 \\ 3x + y = -3 \end{cases}$$

Esercizio 0.1.6. Usare Cramer per mostrare che per ogni $a, b, c \in \mathbb{R}$ il seguente sistema ha soluzione unica.

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x - 2y - z = b \\ y + 2z = c \end{cases}$$

Esercizio 0.1.7. Considerare i vettori di $\mathbb{R}^3$ $v_1 = (1, 1, 1), v_2 = (0, 1, 1)$ e $v_3 = (0, 0, 1)$.

1. Mostrare che formano una base.

2. Trovare le coordinate di $v = (2, 3, 2)$ rispetto alla nuova base $\{v_1, v_2, v_3\}$

Esercizio 0.1.8. Considerare i vettori di $\mathbb{R}^3$ $v_1 = (2, 1, 1)$, $v_2 = (0, 1, 1)$, $v_3 = (1, 0, 2)$ e $v_4 = (2, 1, 3)$.

1. Estrarre una base dall'insieme $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$.

2. Esprimere i vettori della base canonica rispetto alla nuova base scelta.