

## 0.1 Esercitazioni V, del 18/11/2008

**Esercizio 0.1.1.** Risolvere usando Cramer il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ kx + y - z = 0 \\ x - kz = 1 \end{cases}$$

**Esercizio 0.1.2.** Si considerino i seguenti vettori di  $\mathbb{R}^3$ :  $v_1 = (1, 2, 0)$ ,  $v_2 = (0, 1, 2)$ ,  $v_3 = (1, 1, 1)$ .

1. Mostrare che formano una base di  $\mathbb{R}^3$ .
2. Trovare le coordinate di  $v = (3, 4, 7)$  nella nuova base  $\{v_1, v_2, v_3\}$ .

**Esercizio 0.1.3.** Determinare una base per lo spazio delle soluzioni del sistema omogeneo

$$\begin{cases} x + y + t + z = 0 \\ x - y + t - z = 0 \\ x + t = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

**Esercizio 0.1.4.** Calcolare i seguenti limiti di successioni

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2$
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n+1}$
3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-1}{n^3}$
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n)}{n}$  (per chi non sapesse cosa è il coseno, per questo esercizio basta sapere che  $-1 \leq \cos(n) \leq 1$  per ogni  $n$ ).
5. sia  $M$  un numero reale e  $\{a_n\}$  una successione tale che  $0 \leq a_n \leq M$  per ogni  $n$ .  
Calcolare  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$

**Esercizio 0.1.5.** Verificare i seguenti limiti di successioni

1.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 = \infty$

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n-1} = 1$

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n-2} = 2$

**Esercizio 0.1.6.** Siano  $\{a_n\}$   $\{a'_n\}$  due successioni con limiti rispettivamente  $l$  ed  $l'$ . Supponiamo che

1.  $l < 0$

2.  $a_n a'_n < 0$  per ogni  $n$

Mostrare che  $l' \geq 0$

**Esercizio 0.1.7.** Siano  $n_0$  un numero naturale fissato e  $\{a_n\}$  una successione. Perché non si definisce il  $\lim_{n \rightarrow n_0} a_n$ ?