

0.1 Esercitazioni V, del 18/11/2008

Esercizio 0.1.1. Risolvere usando Cramer il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ kx + y - z = 0 \\ x - kz = 1 \end{cases}$$

Esercizio 0.1.2. Si considerino i seguenti vettori di \mathbb{R}^3 : $v_1 = (1, 2, 0)$, $v_2 = (0, 1, 2)$, $v_3 = (1, 1, 1)$.

1. Mostrare che formano una base di \mathbb{R}^3 .
2. Trovare le coordinate di $v = (3, 4, 7)$ nella nuova base $\{v_1, v_2, v_3\}$.

Esercizio 0.1.3. Determinare una base per lo spazio delle soluzioni del sistema omogeneo

$$\begin{cases} x + y + t + z = 0 \\ x - y + t - z = 0 \\ x + t = 0 \\ y + z = 0 \end{cases}$$

Esercizio 0.1.4. Calcolare i seguenti limiti di successioni

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n+1}$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-1}{n^3}$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos(n)}{n}$ (per chi non sapesse cosa è il coseno, per questo esercizio basta sapere che $-1 \leq \cos(n) \leq 1$ per ogni n).
5. sia M un numero reale e $\{a_n\}$ una successione tale che $0 \leq a_n \leq M$ per ogni n .
Calcolare $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$

Esercizio 0.1.5. Verificare i seguenti limiti di successioni

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 = \infty$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} = 0$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n-1} = 1$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n-2} = 2$

Esercizio 0.1.6. Siano $\{a_n\}$ $\{a'_n\}$ due successioni con limiti rispettivamente l ed l' . Supponiamo che

1. $l < 0$

2. $a_n a'_n < 0$ per ogni n

Mostrare che $l' \geq 0$

Esercizio 0.1.7. Siano n_0 un numero naturale fissato e $\{a_n\}$ una successione. Perchè non si definisce il $\lim_{n \rightarrow n_0} a_n$?