

0.1 Esercitazioni V, del 18/11/2008

Esercizio 0.1.1. Risolvere usando Cramer il seguente sistema lineare

$$\begin{cases} x + y - kz = 1 \\ kx + z = 2 \\ x + y - 2kz = 1 \end{cases}$$

Esercizio 0.1.2. Si considerino i seguenti vettori di \mathbb{R}^3 : $v_1 = (1, 2, 2)$, $v_2 = (0, 1, 1)$, $v_3 = (1, 3, 2)$.

1. Mostrare che formano una base di \mathbb{R}^3 .
2. Trovare le coordinate di $v = (2, 4, -1)$ nella nuova base $\{v_1, v_2, v_3\}$.

Esercizio 0.1.3. Determinare una base per lo spazio delle soluzioni del sistema omogeneo

$$\begin{cases} x + 2y + t - z = 0 \\ 2x - y + 3t = 0 \\ y + t - 2z = 0 \\ 3x + 2y + 5t - 3z = 0 \end{cases}$$

Esercizio 0.1.4. Calcolare i seguenti limiti

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - n + 2}{3n^2 + 5n^3}$
2. $\lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{n+1}{n-1}}$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{1+n-n^2}{n^2+3}}$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}}{n}$

Esercizio 0.1.5. Dire quali delle seguenti serie è convergente. In caso affermativo calcolare la somma.

1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$
2. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n$
3. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi^{n-1}}{e^n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n-1}}{\pi^n}$

Esercizio 0.1.6. Determinare il carattere delle seguenti serie

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{n^2}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

3. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n}{(2n+1)!}$

Esercizio 0.1.7. Studiare, al variare di x , il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 n!}{x^n}$$