

ESERCIZI MATEMATICA GENERALE - Canale III

Prof. A. Fabretti A.A. 2009/2010

Applicazioni e funzioni iniettive e suriettive

Dire se le seguenti applicazioni (o funzioni) sono iniettive e/o suriettive

1)

$$\phi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$\phi(x) = x^3$$

2)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^3$$

3)

$$\psi : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$$

$$\psi(x) = \frac{x}{3}$$

4)

$$\phi_2 : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$\phi_2(x) = 3x + 5$$

5)

$$\varphi : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$\varphi(x, y) = x + y$$

6)

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$$

Domande teoriche

- 1) Dimostrare che una funzione $f(x) = ax + b$ con $a \neq 0$ é iniettiva e strettamente monotona
- 2) Dimostrare che una funzione strettamente monotona é iniettiva.
- 3) Dare la definizione di funzione suriettiva e fare almeno due esempi.
- 4) Dare la definizione di funzione non decrescente.
- 5) Dare la definizione di funzione strettamente crescente.
- 6) Dare la definizione di funzione iniettiva e fare almeno due esempi.
- 7) Dare la definizione di funzione biettiva e fare almeno due esempi.
- 8) L'operazione di composizione tra funzioni $f \cdot g$ é commutativa? Argomentare la risposta con un esempio.

Domande teoriche, risposta multipla

- 1) La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = e^x$ é :
 1. iniettiva ma non suriettiva
 2. iniettiva e suriettiva
 3. suriettiva ma non iniettiva
 4. nessuna delle precedenti

- 2) La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ con $f(x) = e^x$ é :
 1. iniettiva ma non suriettiva
 2. iniettiva e suriettiva
 3. suriettiva ma non iniettiva
 4. nessuna delle precedenti

- 3) La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, +\infty)$ con $f(x) = x^2 - 2x$ é :
 1. iniettiva ma non suriettiva
 2. iniettiva e suriettiva
 3. suriettiva ma non iniettiva
 4. nessuna delle precedenti

- 4) La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = x^2 - 2x$ é :
 1. iniettiva ma non suriettiva
 2. iniettiva e suriettiva
 3. suriettiva ma non iniettiva
 4. nessuna delle precedenti

- 5) Quale tra le seguenti funzioni é biiettiva:
 1. $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ con $f(x) = \sin(x)$
 2. $f : [-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$ con $f(x) = \sin(x)$
 3. $f : [-\pi, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ con $f(x) = \sin(x)$
 4. nessuna delle precedenti

6) Quale tra le seguenti funzioni é biettiva:

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = \arctan(x)$
2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = e^x$
3. $f : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ con $f(x) = \cos(x)$
4. nessuna delle precedenti

7) Quale tra le seguenti funzioni é strettamente monotona:

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2})$ con $f(x) = \arctan(x)$
2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = e^x - x$
3. $f : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$ con $f(x) = \cos(x)$
4. nessuna delle precedenti

Funzioni composte e invertibili

- 1) Sia $f : x \rightarrow 3x + 2$ e $g : t \rightarrow t^2$. Comporre $f \cdot g$ e $g \cdot f$.
- 2) Sia $h : x \rightarrow \frac{2x}{1-x}$ e $g : u \rightarrow 2^u$. Comporre $h \cdot g$ e $g \cdot h$.
- 3) Data la funzione $F(x) = \log\left(\frac{3x}{1-2x}\right)$ trovare le funzioni f e g e i rispettivi domini tali che $F(x) = f(g(x))$.