MATEMATICA GENERALE

Settima Esercitazione

1) Per ciascuna delle seguenti funzioni trovare, quando possibile, asintoti verticali e orizzontali:

$$y = \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4}$$

$$y = f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$$

$$y = f(x) = \frac{4}{\sqrt{2-x}}$$

$$y = f(x) = xe^{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$y = f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 - 4}}$$

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$$

$$y = f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$$

$$y = f(x) = \frac{\log(2+x) - \log 2}{3x}$$

$$y = f(x) = \frac{x}{1 - \cos x}$$

$$y = f(x) = \frac{1 - \cos^3 x}{\tan^2 x}$$

$$y = f(x) = \frac{1}{\log|x+1|}$$

$$y = f(x) = \frac{2e^x}{e^x - e^{-x}}$$

$$y = f(x) = e^{\frac{x}{-1 + \log x}}$$

2) Determinare se la seguente funzione è continua in \mathbb{R}

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1}{x} - 1 & \text{se } x \in (-\infty, 0) \\ \frac{\ln(1+x)}{x^2 + 1} & \text{se } x \in [0, 1] \\ x^2 - 1 & \text{se } x \in (1, +\infty) \end{cases}$$

3) Determinare se le seguenti funzioni sono continue nel loro dominio. Classificare gli eventuali punti di discontinuità.

$$y = f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos^3 x}{x(e^x - 1)} & \text{se } x < 0\\ \log(\sqrt{x} + 1) & \text{se } x \ge 0 \end{cases}$$

$$y = f(x) = \begin{cases} \left(\frac{2}{2 + x}\right)^{\frac{1}{x}} & \text{se } -2 < x < 0\\ \frac{1}{x + e} & \text{se } x \ge 0 \end{cases}$$

$$y = f(x) = \frac{x + 3}{3x^2 + x^3}$$

$$y = f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } x \ne 0\\ 2 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

$$y = f(x) = \begin{cases} e^{\frac{x}{\sqrt{-1 + x^2}}} & \text{se } x < -1\\ 0 & \text{if } x = -1\\ \frac{e^{\cos(x + 1) - 1} - e^{x + 1}}{x + 1} & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

4) Determinare $k \in \mathbb{R}$ tale che

$$y = f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4x & \text{se } x \ge 1\\ -x + k & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

è continua in \mathbb{R} .

5) Determinare $a, b \in \mathbb{R}$ tale che

$$y = f(x) = \begin{cases} \log(1+x) & \text{se } -1 < x \ge 0 \\ a\sin x + b\cos x & \text{se } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ x & \text{se } x \ge \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

è continua in \mathbb{R} .

6) Verificare che la funzione

$$y = f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$$

si estende continuamente.