

Esercitazioni di Matematica Generale

Corso di laurea in Economia e Management

Numeri Complessi - Funzioni Reali di Variabile Reale

05 Ottobre 2017

Esercizio 1.

Scrivere in forma algebrica ($z = a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$) i seguenti numeri complessi:

$$(1 - i) + (1 + 3i), \quad \frac{2}{1 - i}, \quad \left[\frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i) \right]^2.$$

Inoltre, per ciascuno dei precedenti numeri, determinare modulo, argomento e darne una rappresentazione trigonometrica.

Esercizio 2.

Tracciare il grafico di ciascuna delle seguenti funzioni considerandola come traslata di una funzione elementare:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad f(x) &:= 2 - e^{x+1}; & \text{(ii)} \quad f(x) &:= |1 - e^{x+1}|; \\ \text{(iii)} \quad f(x) &:= \ln(|x| - 2); & \text{(iv)} \quad f(x) &:= |\ln(1 - x)|. \end{aligned}$$

Esercizio 3.

Per le seguenti coppie di funzioni:

$$\text{(i)} \quad f(x) := x^3, \quad g(x) := \sqrt{2x - 1}; \quad \text{(ii)} \quad f(x) := 2x^2, \quad g(x) := e^x,$$

determinare $f(g(x))$, $g(f(x))$, $f(f(x))$ e $g(g(x))$.

Esercizio 4.

Trovare, quando esistono, le funzioni inverse delle seguenti funzioni:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad f(x) &:= \sqrt{x^2 + 4}; & \text{(ii)} \quad f(x) &:= \sqrt{x + 2}; & \text{(iii)} \quad f(x) &:= \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}; \\ \text{(iv)} \quad f(x) &:= \frac{3x}{x+1}; & \text{(v)} \quad f(x) &:= e^{x+1}; & \text{(vi)} \quad f(x) &:= \ln(x^2 + 1). \end{aligned}$$

Esercizio 5.

Per ciascuna delle seguenti funzioni, stabilire se le funzioni sono pari, dispari oppure né pari né dispari. Inoltre stabilire, il dominio, il segno e le intersezioni con gli assi:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad f(x) &:= |x^3 - 1| \ln(x^3 - 1); & \text{(ii)} \quad f(x) &:= x \ln(x^2 - 3); \\ \text{(iii)} \quad f(x) &:= x e^{\frac{1}{x}}; & \text{(iv)} \quad f(x) &:= \frac{e^{-(x+3)}}{\sqrt{x+1}}. \\ \text{(v)} \quad f(x) &:= \frac{1}{x^2 - 1}; & \text{(vi)} \quad f(x) &:= \frac{x^3}{|x| + 1}; \\ \text{(vii)} \quad f(x) &:= \frac{2x+1}{x-1}; & \text{(viii)} \quad f(x) &:= \frac{x^4 - 1}{x^3 + x^2 - 10x + 8}. \end{aligned}$$

Esercizio 6.

Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni:

(i) $\sqrt{4x+1} < 2x-1;$

(ii) $\sqrt{x^2-1} > x+3;$

(iii) $\sqrt{3x+1} = 3-x;$

(iv) $\ln(x+4) + \ln(x-3) < \ln(x+13);$

(v) $\log_7(x^2+6x) - \log_7(x-10) = 2;$

(vi) $2^{x+1} + 2^x > 48;$

(vii) $2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 < 0;$

(viii) $\sin^2(x) + 3\cos^2(x) + \sin(x) - 2 = 0;$

(ix) $3\sin(x) + \sqrt{3}\cos(x) > 0;$

(x) $\frac{4\sin^2(x)-3}{\cos(x)} < 0.$