MATEMATICA GENERALE

16/11/2017

1) Verificare se ciascuna delle seguenti funzioni soddisfa, nell'intervallo indicato, le condizioni del Teorema di Rolle, e, se si, trovare i punti dell'intervallo che soddisfano il teorema.

$$y = f(x) = x^2 - 4x + 1, \ I = [0, 4]$$

$$y = f(x) = |x^2 - 2x|, \ I = [1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}]$$

$$y = f(x) = \sqrt{9 - x^2}, \ I[-2, 2]$$

2) Verificare il Teorema di Rolle per la funzione $y = \begin{cases} x & \text{if } 1 \leq x \leq 3 \\ -x + 5 & \text{if } 3 < x \leq 4 \end{cases}$.

3) Trovare valori per a e b tale che la funzione

$$y = \begin{cases} \sqrt{|x - 1|} & [0, 1] \\ ax^2 + bx + 1 & [-2, 0] \end{cases}$$

soddisfI le condizioni del Teorema di Rolle nell'intervallo $[-2, 1]$. Trovare i punti la cui esistenza ï¿$\frac{1}{2}$ garantita dal Teorema di Rolle.

4) Verificare se ciascuna delle seguenti funzioni soddisfa, nell'intervallo indicato, le condizioni del Teorema di Lagrange, e, se si, trovare i punti dell'intervallo che soddisfano il teorema.

$$y = f(x) = x^3 - x^2 + 2, \ I = [-1, 2]$$

$$y = f(x) = 2 + \sqrt[3]{x^4}, \ I = [-1, 4]$$

$$y = f(x) = 2e^x - x, \ I[0, 2]$$

5) Dimostare, applicando il Teorema di Lagrange alla funzione $y = f(x) = e^x$, che

$$e^x \geq 1 + x \quad \forall x$$

6) Dimostrare, applicando il Teorema di Lagrange, che la seguente disuguaglianza

$$|\cos b - \cos a| \leq |b - a|$$

vale $\forall a, b \in \mathbb{R}$, con $a \neq b$.

7) Calcolare i seguenti limiti con la regola di de L'Hopital

$$\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$$

$$\lim_{x\to \infty} \frac{\log(e^{x^2}+1)}{3x^2}$$

$$\lim_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$$

8) Calcolare il polinomio di Taylor delle seguenti funzioni attorno al punto specificato e arrestando lo sviluppo all'ordine indicato:

$$y = f(x) = \log(x) \quad (x_0 = 2,\ n = 3)$$

$$y = f(x) = \sqrt{1+\sin x} \quad (x_0 = 0,\ n = 3)$$

9) Calcolare l'ordine delle seguenti funzioni attorno ai punti specificati:

$$y = f(x) = e^{-x\cos x} + \sin x - \cos x \text{ at } x = 0$$

$$y = f(x) = (x^2-4)\sin(2-x) \text{ at } x = 2$$