

La teoria di base dell'interesse

1. Luenberger, Esercizi: 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9.
2. Calcolare il tasso effettivo equivalente al tasso nominale annuo $r = 10\%$ nel caso di capitalizzazione degli interessi
 - (a) mensile
 - (b) semestrale
 - (c) biennale
3. Calcolare il tasso nominale equivalente al tasso effettivo annuo $r = 10\%$ nel caso di capitalizzazione degli interessi
 - (a) mensile
 - (b) semestrale
 - (c) biennale
4. Quanto tempo occorre attendere perchè un capitale C depositato in un conto corrente triplichi se il conto paga interessi con tasso $r = 8\%$ secondo la legge
 - (a) degli interessi semplici
 - (b) degli interessi composti
 - (c) degli interessi composti con capitalizzazione degli interessi mensile
5. Una banca paga interessi a un tasso nominale annuo $r_1 = 8.2\%$, con capitalizzazione mensile. Un'altra paga interessi a un tasso nominale annuo $r_2 = 8.6\%$, con capitalizzazione semestrale. Dove vi conviene depositare i vostri soldi se li volete tenere investiti per due anni?
6. Calcolare il valore x che rende i flussi $(1, 0, 2)$ e $(0, 1, x)$ equivalenti rispetto a un tasso $r = 10\%$. Quindi determinare la trasformazione per rendere il primo flusso uguale al secondo.
7. Scrivere il cash flow corrispondente a un prestito di un capitale C dietro rimborso di 4 rate semestrali ciascuna di importo pari a $C/3$. Trovare il tasso di interesse implicito (cioè il TIR) dell'operazione. Determinare un piano di rimborso equivalente in due rate uguali annuali.
8. Quando è che due flussi di cassa si dicono *equivalenti*?
Fare almeno tre esempi di flussi equivalenti a

$$\{0, 5, 10, 15\} | \{0, 1, 2, 3\}$$

dove il tempo è misurato in **mesi**, rispetto ad un tasso di interesse **annuo** $r = 8\%$ e capitalizzazione degli interessi mensile

9. Che cosa è il VAN? Che cosa è il TIR?
10. Considerare il flusso di cassa

$$\{-100, 5, x, 115\} | \{0, 2, 4, 5\}$$

dove il tempo è misurato in **mesi**.

Per quale valore di x il VAN del flusso è zero, rispetto al tasso annuo $r = 12\%$ e regime di capitalizzazione mensile?

Quale valore deve avere x perchè il TIR risulti uguale a 12% annuo?

Calcolando il VAN del flusso rispetto a un tasso r maggiore del TIR si troverebbe un valore maggiore o minore di zero? (Rispondere senza eseguire i calcoli).

11. Il canone di affitto annuale di un albergo è C euro. Ogni mese contiamo di ricavare dalla sua gestione D euro e sappiamo che si spenderanno E euro ogni semestre per manutenzione.
 - (a) Se $D = 10000$ e $E = 2000$, assumendo un tasso di interesse annuo $r = 12\%$ con capitalizzazione mensile, qual è il valore massimo che può assumere C perchè l'investimento risulti vantaggioso?
 - (b) Se il TIR dell'investimento è 6% annuo (con capitalizzazione mensile), quanto vale C ?

Se $C = 50000$ e possiamo scegliere tra questo progetto ed un secondo che ha un TIR di 8% annuo, quale dei

I titoli a rendimento certo

1. Luenberger, Esercizi: 1, 5, 9, 10, 11, 12, 13
2. Un debito di D euro deve essere ammortizzato in n anni a rate mensili al tasso annuo i . Calcolare l'ammontare della rata considerando un regime degli interessi composti con capitalizzazione mensile degli interessi. ($D = 1000, n = 15, i = 10\%$).
3. Un debito di D euro deve essere ammortizzato in n rate mensili al tasso annuo i . Calcolare l'ammontare della rata considerando un regime degli interessi composti con capitalizzazione mensile degli interessi. ($D = 1000, n = 15, i = 10\%$).
4. Quanti pagamenti sono necessari per rimborsare $M = 1000$ euro con rate mensili di importo non superiore a 100 euro se il tasso di interesse annuo è 12% e la capitalizzazione degli interessi è mensile?
5. Un debito D viene rimborsato rispetto a un tasso r con due rate di preammortamento e due rate a quota capitale costante. Determinare l'importo delle quattro rate. Qual è il TIR dell'operazione di rimborso? (considerare interessi capitalizzati annualmente e rate annue. $D = 100, r = 10\%$).
6. Un debito D viene rimborsato in 20 rate mensili costanti al tasso $r = 12\%$ annuo con capitalizzazione mensile. Determinare la prima rata, quota capitale, quota interesse e debito residuo.
7. Un'obbligazione con TAN = 7% ha tasso di rendimento a scadenza 8%. L'obbligazione è quotata sopra o sotto la parità? Motivare la risposta.
8. Ho investito 2000 euro in uno zero coupon bond che scade tra 2 anni e 5000 euro in uno zero coupon bond che scade tra 4 anni. Qual la duration del mio portafoglio?
9. Cosa si intende per "immunizzazione finanziaria"? Mostrare come si può immunizzare un'uscita di 1000 euro tra 10 anni tramite l'investimento in zero coupon bond che scadono tra 9 e 12 anni, supponendo che il tasso di interesse sia $i = 5\%$ annuo).
10. Un'obbligazione con TAN = 8%, cedole semestrali e scadenza tra 2 anni ha yield to maturity $y = 4\%$. Qual è il suo prezzo?
11. Un'obbligazione con TAN = 8% è quotata a 98 euro. Il suo yield to maturity è maggiore o minore di 8%?
12. Che cosa è una rendita perpetua? Mostrare come si calcola la sua duration rispetto ad un tasso y .
13. Ho investito 5000 euro in un titolo con yield to maturity del 5% a duration $D = 10$ anni. Se lo yield to maturity aumenta di 10 punti base (cioè 0,1%) cosa accadrà, approssimativamente, al valore del mio investimento?
14. Una società decide di rimborsare anticipatamente e alla pari un bond con cedole annuali $I = 8$ euro, valore nominale $N = 100$ euro e scadenza tra 10 anni. Se y è lo yield to maturity, quale tra i tre scenari seguenti è il più plausibile? Motivare la risposta:
 - (a) $y = 7.5\%$
 - (b) $y = 8\%$
 - (c) $y = 8.5\%$
15. Per immunizzare un'uscita $L = 2000$ euro tra 2 anni abbiamo a disposizione le obbligazioni A,B,C. Indichiamo con V_A, V_B, V_C, D_A i valori attuali di ciascuna obbligazione e con D_A, D_B, D_C le rispettive duration. Vogliamo costruire un portafoglio composto da A, B, C in modo che l'uscita L sia immunizzata. Si consideri un tasso di interesse $y = 10\%$ annuo. Come occorre procedere?

La struttura a termine dei tassi di interesse

1. Luenberger, cap. 4, Esercizi: 1, 2, 3.
2. Date le seguenti obbligazioni con i relativi prezzi:

- (a) BOT scadenza 1.5, prezzo 95
- (b) BTP TAN 6%, scadenza 1.5, prezzo 106.75
- (c) BTP TAN 10%, scadenza 1, prezzo 103.70

Calcolare i fattori di sconto e i tassi a pronti sullo scadenziario (0.5,1,1.5).

Calcolare i tassi di parità a 1 anno e a 1.5 anni.

3. Data la struttura dei fattori di sconto a pronti

$$d(0, 1) = 0.98, d(0, 2) = 0.97, d(0, 3) = 0.96, d(0.4) = 0.955$$

determinare, utilizzando la *dinamica fondata sulle aspettative* il valore tra un anno dello zero coupon bond che scade tra 3 anni.

4. Data la struttura dei fattori di sconto a pronti

$$d(0, 1) = 0.98, d(0, 2) = 0.97, d(0, 3) = 0.96, d(0.4) = 0.955$$

Vogliamo rimborsare un debito $D = 10000$ euro in modo equo rispetto al mercato in 4 rate annuali. A quanto deve ammontare la rata?

5. Data la struttura dei fattori di sconto a pronti

$$d(0, 1) = 0.98, d(0, 2) = 0.97, d(0, 3) = 0.96, d(0.4) = 0.955$$

Qual il prezzo a termine, con pagamento tra 2 anni di 1000 Euro disponibili tra 4 anni?

6. Se il fattore di sconto a termine $d(0, 2, 3) = 0.97$ e quello a pronti è $d(0, 2) = 0.97$, a quanto deve essere uguale $d(0, 3)$?

Supponiamo che il prezzo di mercato dello zcb unitario che scade in $T = 3$ sia invece maggiore del valore teorico trovato. Come si potrebbe realizzare un arbitraggio?

7. Data la struttura dei fattori di sconto a pronti

$$d(0, 1) = 0.98, d(0, 2) = 0.97, d(0, 3) = 0.96, d(0.4) = 0.955$$

Calcolare il tasso FRA tra $t=1$ e $t=2$.

8. Un contratto Interest Rate Swap consiste nello scambiare cedole fisse con cedole variabili su un orizzonte fissato. Il tasso swap è quel tasso che rende il valore di un interest rate swap uguale a zero.

Osservare che il tasso swap coincide con il tasso di parità. Calcolare il tasso swap a tre anni a partire dalla struttura dei fattori di sconto a pronti

$$d(0, 1) = 0.98, d(0, 2) = 0.97, d(0, 3) = 0.96, d(0.4) = 0.955$$

La teoria del portafoglio nell'approccio media-varianza

1. Luenberger, cap. 6, Esercizi: 3,4,5.
2. Un mercato è composto da soli due titoli A,B. I rendimenti attesi dei titoli sono $r_A = 10\%$, $r_B = 12\%$. Le deviazioni standard dei rendimenti dei titoli sono $\sigma_A = 40\%$, $\sigma_B = 30\%$. Le correlazioni tra i rendimenti sono $\rho_{1,2} = 0.4$. Calcolare il portafoglio a varianza minima, fornendo la sua composizione, il suo rendimento atteso e la sua varianza. Determinare la varianza del portafoglio che ha rendimento pari a 15%.

I titoli A e B si trovano sulla frontiera efficiente?

3. Sono disponibili solo 3 titoli, con tassi di rendimento r_1, r_2, r_3 . La matrice di varianza covarianza dei tassi di rendimento è

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

e i rendimenti attesi sono $Er_1 = 0.4$, $Er_2 = 0.8$, $Er_3 = 0.8$.

- (a) Tracciate nel grafico media-deviazione standard i punti relativi ai tre titoli
- (b) Tracciate nel grafico media-deviazione standard i punti relativi ai portafogli composti dal titolo 1 e dal titolo 3.
- (c) Considerare i portafogli

$$w_1 = (1/2, 0, 1/2), \quad w_2 = (1/3, 1/6, 1/2), \quad w_3 = (1/2, 1/2, 0)$$

tracciare i punti corrispondenti nel grafico.

- (d) Tra w_1 , w_2 , w_3 ci sono portafogli efficienti? (Per rispondere utilizzare la Lagrangiana).
4. In un mercato con 3 titoli, con tassi di rendimento r_1, r_2, r_3 , i rendimenti attesi sono $Er_1 = 20\%$, $Er_2 = 10\%$, $Er_3 = 40\%$ e i portafogli

$$w_1 = (1/2, 0, 1/2), \quad w_2 = (1/3, 1/6, 1/2)$$

sono efficienti. Trovare il portafoglio efficiente che ha rendimento atteso $\bar{r} = 30\%$.

5. In un mercato con n titoli, il portafoglio margine (o tangente) ha rendimento atteso 30% e deviazione standard 40%, mentre il titolo non rischioso ha rendimento 10%.
- (a) Determinare la composizione ottimale tra portafoglio margine e titolo non rischioso per ottenere un rendimento del 20%
 - (b) Qual è la deviazione standard minima che si può ottenere per realizzare un rendimento atteso pari al 20%?
 - (c) Qual è il massimo rendimento atteso che si può realizzare a fronte di una deviazione standard del 50%?