

MATEMATICA PER LE APPLICAZIONI ECONOMICHE - (n-z)

Test di autovalutazione 4 Aprile 2011

Cognome NomeMatricola

Firma

1) (5 p.ti) Calcolare il valore attuale V_X e il valore annuale A_X della successione di flussi di cassa

$$X = (10, 20, 30)|(1, 2, 3)$$

rispetto al tasso di interesse $r = 8\%$ con capitalizzazione annuale degli interessi.

Poi, considerare la successione di flussi di cassa Y che si ottiene ripetendo X infinite volte. Calcolare valore attuale V_Y e valore annuale A_Y di Y .

2) (5 p.ti) Supponendo che il tasso a pronti con scadenza tra 4 anni sia pari al 5% annuo, quello con scadenza tra 8 anni sia del 10% annuo, determinare il tasso a termine tra 4 e 8 anni.

Poi, supponendo che sia possibile investire per 8 anni ad un tasso a pronti pari a 11%, e che i tassi a pronti con scadenza a 4 anni e quello a termine tra 4 e 8 anni rimangano invariati, mostrare come costruire un arbitraggio che assicuri un capitale $C=1000$ euro tra 8 anni.

3) (5 p.ti) Considerare la seguente struttura di tassi short tra 1 e 4 anni:

$$s_1 = i(0, 0, 1) = 5\%, s_2 = i(0, 1, 2) = 5.5\%, s_3 = i(0, 2, 3) = 6\%, s_4 = i(0, 3, 4) = 6\%, s_5 = i(0, 5, 6) = 6\%$$

Calcolare il valore attuale e il valore annuale del flusso

$$X|t = (10, 10, 110)|(1, 2, 3)$$

Poi, utilizzando la dinamica basata sulle aspettative, calcolare il valore tra due anni dello zero coupon bond che rimborsa 100 euro tra 6 anni.

4) (5 p.ti) Considerare un mercato con 3 titoli, i cui rendimenti attesi sono

$$\bar{r} = (10\%, 15\%, 20\%)$$

e la cui matrice di covarianza dei rendimenti è

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcolare:

1. La media e la varianza dei portafogli $p_1 = (0.5, 0.5, 0)$, $p_2 = (0, 0.3, 0.7)$.
2. La covarianza tra p_1 e p_2
3. Calcolare il portafoglio a varianza minima che si può ottenere combinando p_1 e p_2 , indicando la sua varianza e il suo rendimento atteso.

5) Rispondere alle seguenti domande (2 p.ti risposta esatta, -1 p.to risposta errata):

1. Il valore attuale di un rendita perpetua di 10 Euro al mese rispetto a un tasso $r = 12\%$ annuo con capitalizzazione mensile degli interessi è

- (a) Maggiore di 1000 Euro
- (b) Uguale a 1000 Euro
- (c) Minore di 1000 Euro

2. Un'obbligazione quota sotto la pari, quindi il suo yield to maturity è

- (a) Maggiore del TAN
- (b) Uguale al TAN
- (c) Minore del TAN

6) (6 p.ti) Mostrare come si ricava la formula per "a figurato n al tasso r", cioè

$$a(n, r) = \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}$$