

MATEMATICA PER LE APPLICAZIONI ECONOMICHE - (n-z)

13 settembre 2010

Cognome Nome Matricola

Firma SOLUZIONI

1) (6 p.ti) Per rimborsare un debito di 1000 euro viene proposto un piano di ammortamento a un Tasso Annuo Nominale i con m rate mensili e costanti e una rata di preammortamento. Riportare l'importo della rata di pre-ammortamento R_p e della rata costante R . Calcolare il TIR y del piano di ammortamento.

[$i = 10\%$, $m = 14$]

Il tasso mensile \bar{z} $z = \frac{i}{12}$

La rata di preammortamento \bar{z} $R_p = z \cdot 1000$

La rata di ammortamento \bar{z} $R = \frac{1000}{a_{\bar{z}|m}} = \frac{1000 \cdot z}{1 - d^m}$

dove $d = \frac{1}{1+z}$

Il TIR \bar{z} è il tasso annuo effettivo equivalente

$$y = (1 + z)^{12} - 1$$

2) (6 p.ti) Consideriamo due obbligazioni. L'obbligazione A ha prezzo P_A e duration D_A , l'obbligazione B ha prezzo P_B e duration D_B . Quanto denaro occorre investire in A e in B per immunizzare un'uscita al tempo T il cui valore attuale è 2500 Euro?

[$P_A = 95$, $D_A = 1$, $P_B = 105$, $D_B = 5$, $T = 3$]

Indichiamo con x e y le quote di A e di B.

Risolviemo il sistema

$$\begin{cases} x P_A + y P_B = 2500 \\ x D_A P_A + y D_B P_B = 3 \cdot 2500 \end{cases}$$

Il denaro investito in A è $x P_A$, in B è $x P_B$.

3) (6 p.ti) Consideriamo un mercato in cui opera una banca ideale con tasso annuo r e capitalizzazione degli interessi mensile. A quali prezzi sarebbe conveniente acquistare un titolo che rimborsa un importo costante I al termine di ogni mese da oggi in poi, per sempre ? Investire un capitale in tale titolo è più o meno rischioso (dal punto di vista della sensibilità alle variazioni di tasso di interesse) che investirlo in uno zero coupon bond che rimborsa il capitale dopo 7 anni? Motivare la risposta.
[$I = 10, r = 10\%$]

Il valore attuale delle rendite perpetue è

$$V_0 = \frac{I}{r_m} \quad r_m = \frac{r}{12}$$

quindi se il prezzo è minore di V_0 l'acquisto è conveniente.

La Duration delle rendite perpetue è

$$D = 1 + \frac{1}{r_m} \text{ mesi}$$

Se D è maggiore di $7 \times 12 = 84$ mesi allora l'investimento è più rischioso, altrimenti è meno rischioso.

4) (6 p.ti) I titoli A, B e C sono efficienti in media e varianza. Il rendimento atteso di B è pari alla media tra i rendimenti attesi di A e di C. La correlazione tra i rendimenti di A e C è 0.5, le loro deviazioni standard sono σ_A e σ_C . Determinare la varianza dei rendimenti di B.
[$\sigma_A = 10\%$, $\sigma_C = 30\%$]

Dato che i tre titoli sono efficienti, ciascuno di loro si può ottenere come combinazione degli altri due. Quindi B si ottiene combinando A e C nel seguente modo:

$$\alpha_A m_A + \alpha_C m_C = \frac{1}{2} m_A + \frac{1}{2} m_B \Rightarrow \alpha_A = \frac{1}{2}, \alpha_C = \frac{1}{2}$$

$$\sigma_B^2 = \alpha_A^2 \sigma_A^2 + \alpha_C^2 \sigma_C^2 + 2 \alpha_A \alpha_C \rho_{AC} \sigma_A \sigma_C$$

5) Rispondere alle seguenti domande (2 p.ti risposta esatta, -1 p.to risposta errata):

1. Consideriamo due BTP il primo con TAN 10%, l'altro con TAN 5% e un BOT. Tutti i titoli hanno la stessa maturity. Indicare il titolo più sensibile e quello meno sensibile rispetto alle variazioni di tasso di interesse.

In ordine crescente rispetto alla sensibilità:

1: BTP 10% 2: BTP 5% 3: BOT

2. Consideriamo la struttura per scadenza dei tassi di interesse a pronti $i(0, t)$. Se $t_1 < t_2$, quale delle seguenti relazioni deve essere sempre verificata se non si vogliono consentire arbitraggi?

(a) $i(0, t_1) \geq i(0, t_2)$

(b) $i(0, t_1) \leq i(0, t_2)$

(c) $i(0, t_1) > i(0, t_2)$

(d) $i(0, t_1) < i(0, t_2)$

☒ nessuno dei precedenti

3. Un gestore di un portafoglio obbligazionario prevede un futuro innalzamento del livello dei tassi di interesse. Quale delle seguenti azioni è la conseguenza più plausibile:

(a) alzare la duration del portafoglio

☒ abbassare la duration del portafoglio