MATEMATICA PER LE APPLICAZIONI ECONOMICHE

Esonero 16 Aprile 2012

Cognome e Nome ....SOLUZIONI.......... Matricola ....

Firma .... Anno di Corso: ....

1	2	3	4	5	6	7	8	TOT

1. *(2+2=4 p.ti)* In un piano di ammortamento a quota capitale costante, il debito iniziale è D, il numero delle rate è N e l'importo della prima quota interesse è I_1.

   Dati: $D = 1900, N = 12, I_1 = 100$

   Determinare l'importo della prima rata R_1

   Selezionare la risposta esatta: *(2 p.ti)*

   (a) $0 \leq R_1 < 165$
   (b) $165 \leq R_1 < 175$
   (c) $175 \leq R_1 < 195$
   (d) $195 \leq R_1 < 205$
   (e) Nessuno dei precedenti.

   $D = 1900 \Rightarrow R_1 = 258.33$ (e)
   $D = 1700 \Rightarrow R_1 = 241.66$ (e)
   $D = 1600 \Rightarrow R_1 = 233.33$ (e)
   $D = 1800 \Rightarrow R_1 = 250$ (e)

   Svolgimento: *(2 p.ti)*:

   La quota capitale è $C = D/N$.

   La prima rata è $R_1 = C + I_1$

2. *(2+2=4 p.ti)* Potete acquistare uno smartphone pagandolo 550 euro in contanti oppure in 12 rate bimestrali posticipate di importo costante. Sia i il tasso annuo d'interesse, il pagamento rateale risulta conveniente, rispetto al criterio del VAN se l'importo della rate non supera il valore massimo x.

   Dato: $i = 20\%$ annuo

   Calcolare il valore massimo x

   Selezionare la risposta esatta: *(2 p.ti)*

   (a) $45 \leq x < 51$
   (b) $51 \leq x < 53$
   (c) $53 \leq x < 55$
   (d) $55 \leq x < 60$
   (e) Nessuno dei casi precedenti.

   $i = 20\% \Rightarrow x = 55.53$ (d)
   $i = 10\% \Rightarrow x = 50.74$ (a)
   $i = 15\% \Rightarrow x = 53.15$ (c)
   $i = 30\% \Rightarrow x = 60.21$ (e)

   Svolgimento: *(2 p.ti)*:

   $x = \dfrac{550}{a_{\overline{12}|i_6}}$ dove $i_6 = (1+i)^{1/6} - 1$

3. *(2+2=4 p.ti)* I titoli A e B sono efficienti in media e varianza, i loro rendimenti hanno correlazione $\rho = 0.4$, deviazioni standard $\sigma_A = 0.1$ e $\sigma_B = 0.3$ e valori attesi $r_A = 15\%$, $r_B = 5\%$. Si vogliono investire 1200 euro in un portafoglio efficiente il cui rendimento atteso a fine periodo sia $\bar{r}$.

Dato: $\bar{r} = 5\%$

Quanto denaro x_A occorre investire nel titolo A?

Selezionare la risposta esatta: *(2 p.ti)*

(a) $x_A < 0$
(b) $0 \le x_A < 250$
(c) $250 \le x_A < 600$
(d) $600 \le x_A < 900$
(e) $900 \le x_A < 1200$
(f) $1200 \le x_A$

$\bar{r} = 5\% \Rightarrow X_A = 0$ (b)
$\bar{r} = 8\% \Rightarrow X_A = 360$ (c)
$\bar{r} = 35\% \Rightarrow X_A = 3600$ (f)
$\bar{r} = 40\% \Rightarrow X_A = 4200$ (f)

Svolgimento: *(2 p.ti)*:

Sia α la quota percentuale investita in A e $(1-\alpha)$ la quota in B.

$$\alpha r_A + (1-\alpha) r_B = \bar{r} \Rightarrow \alpha = \frac{\bar{r} - r_B}{r_A - r_B}$$

$$X_A = \alpha \cdot 1200$$

4. *(2+2=4 p.ti)* Con gli stessi dati dell'esercizio precedente, calcolare la varianza minima v degli investimenti il cui rendimento atteso sia pari al valore ivi assegnato $\bar{r}$.

Selezionare la risposta esatta: *(2 p.ti)*

(a) $0 \le v < 0.1$
(b) $0.1 \le v < 0.5$
(c) $0.5 \le v < 1$
(d) $1 \le v < 3$
(e) $3 \le v$

$\bar{r} = 5\% \Rightarrow V = 0.09$ (a)
$\bar{r} = 8\% \Rightarrow V = 0.05$ (a)
$\bar{r} = 35\% \Rightarrow V = 0.306$ (b)
$\bar{r} = 40\% \Rightarrow V = 0.475$ (b)

Svolgimento (spiegare perchè la varianza è minima): *(2 p.ti)*:

Dato che i titoli A e B sono efficienti, il portafoglio determinato al punto precedente è efficiente, quindi la sua varianza è quella minima.

$$v = \alpha^2 \sigma_A^2 + 2\alpha(1-\alpha)\rho\,\sigma_A \sigma_B + (1-\alpha)^2 \sigma_B^2$$

5. *(2+2=4 p.ti)* Un'obbligazione del valore nominale di 100 euro sarà rimborsata tra 4 anni e pagherà cedole annue di 6 euro. Qual è il suo prezzo P se il suo tasso di rendimento effettivo ("yield to maturity") è pari a y?

Dato: $y = 10\%$ annuo

Selezionare la risposta esatta: *(2 p.ti)*

(a) $70 \leq P < 85$

(b) $85 \leq P < 95$

(c) $95 \leq P < 100$

(d) $100 \leq P < 105$

(e) Nessuno dei precedenti.

$y = 10\% \Rightarrow P = 87.32$ (b)

$y = 15\% \Rightarrow P = 74.30$ (a)

$y = 12\% \Rightarrow P = 81.77$ (a)

$y = 18\% \Rightarrow P = 67.72$ (e)

Svolgimento: *(2 p.ti)*:

$$P = 6\, a_{\overline{4}|y} + 100(1+y)^{-4} = 6\,\frac{(1+y)^{-4}}{y} + 100(1+y)^{-4}$$

6. *(2+2=4 p.ti)* Considerare un portafoglio così composto:

- 2 Milioni di Euro investiti in obbligazioni di duration D1
- 5 Milioni di Euro investiti in obbligazioni di duration D2
- 8 Milioni di Euro investiti in obbligazioni di duration D3

Dati: $[D_1 = 1, D_2 = 5, D_3 = 8]$

Calcolare la duration D del portafoglio.

Selezionare la risposta esatta: *(2 p.ti)*

(a) $0 \leq D < 5$

(b) $5 \leq D < 7$

(c) $7 \leq D < 11$

(d) $11 \leq D < 13$

(e) Nessuno dei precedenti.

$[1, 5, 8] \Rightarrow D = 6.07$ (b)

$[1, 5, 12] \Rightarrow D = 8.2$ (c)

$[1, 5, 16] \Rightarrow D = 10.33$ (c)

$[1, 5, 20] \Rightarrow D = 12.46$ (d)

Svolgimento: *(2 p.ti)*

Il valore totale dell'investimento è $V_0 = 2+5+8 = 15$

$$D = \frac{2}{15} D_1 + \frac{5}{15} D_2 + \frac{8}{15} D_3$$

7. Rispondere alla seguente domanda *2 p.ti risposta esatta, -1 p.to risposta errata.*
   Quale delle seguenti successioni di flussi di cassa ammette sicuramente un TIR positivo?
   (a) $(-100, 10, 10, 10, 60)|(0, 1, 2, 3, 4)$
   (b) $(-100, 10, 10, 10, 60)|(0, 2, 4, 6, 8)$
   ~~(c)~~ $(-100, 30, 20, 10, 60)|(0, 2, 5, 8, 11)$
   (d) Nessuno dei precedenti

8. *(6 p.ti)* E' noto che il valore attuale di una rendita perpetua posticipata con rata annuale costante A è $V_0 = \frac{A}{i}$, e la sua duration è $D = 1 + \frac{1}{i}$, dove i è il tasso di interesse annuo. Utilizzare questi risultati per determinare il valore attuale e la duration di una rendita perpetua anticipata con rata annuale costante A.

La rendita perpetua anticipata si ottiene aggiungendo un importo A, pagato al tempo 0, al flusso della rendita posticipata. Quindi il suo valore in 0 è:

$$V_0^{(a)} = A + V_0 = A + \frac{A}{i}$$

La Duration soddisfa la relazione:

$$\frac{V'}{V} = -\frac{D}{1+i}$$

Sostituendo $V_0^{(a)\prime} = -\frac{A}{i^2}$ si trova:

$$\frac{-\frac{\cancel{A}}{i^2}}{\cancel{A}\left(1+\frac{1}{i}\right)} = -\frac{D}{1+i} \Rightarrow D = \frac{1}{i}$$

Alternativamente, utilizzando la formula della duration di un portafoglio:

$$D = \frac{A}{V_0^{(a)}} \cdot 0 + \frac{V_0}{V_0^{(a)}}\left(1+\frac{1}{i}\right) = 1/i$$