

MATEMATICA PER LE APPLICAZIONI ECONOMICHE

Esame 26 Giugno 2012

Cognome e Nome Matricola

Firma Anno di Corso:

SOLUZIONE

1	2	3	4	5	6	7	8	TOT

1. (2+2=4 p.ti) In un piano di ammortamento a quota capitale costante, il debito iniziale è D , il numero delle rate è N .

Dati:

$$D = 4500, N = 12$$

Determinare il valore attuale del debito D_2 dopo il pagamento delle prime due rate

Selezionare la risposta esatta: (2 p.ti)

- (a) $D_2 < 3500$
- (b) $3500 \leq D_2 < 3900$
- (c) $3900 \leq D_2 < 4200$
- (d) $4200 \leq D_2 < 4400$
- (e) $4400 \leq D_2 < 4650$
- (f) Nessuno dei precedenti.

$$\begin{aligned} D = 4500 &\Rightarrow D_2 = 3750 \\ D = 4800 &\Rightarrow D_2 = 4000 \\ D = 5400 &\Rightarrow D_2 = 4500 \\ D = 8100 &\Rightarrow D_2 = 4250 \end{aligned}$$

Svolgimento: (2 p.ti):

quota capitale $C = \frac{D}{N}$

$$D_2 = D - 2C = D - 2\frac{D}{N} = D\left(1 - \frac{2}{N}\right)$$

2. (2+2=4 p.ti) Una rendita perpetua posticipata con pagamenti **SEMESTRALI** di importo A viene acquistata ad un prezzo P , qual è il TIR annuo?

$$\begin{aligned} \text{Dati: } A = 20, P = 300 &\Rightarrow \bar{i} = 13.78\% \\ A = 20, P = 400 &\Rightarrow \bar{i} = 10.25\% \\ A = 20, P = 600 &\Rightarrow \bar{i} = 6.78\% \\ A = 20, P = 800 &\Rightarrow \bar{i} = 5.06\% \end{aligned}$$

Calcolare il TIR **ANNUO** i dell'operazione finanziaria.

Selezionare la risposta esatta: (2 p.ti)

- (a) $0 \leq i < 2\%$
- (b) $2\% \leq i < 4\%$
- (c) $4\% \leq i < 6\%$
- (d) $6\% \leq i < 8\%$
- (e) $8\% \leq i < 10\%$
- (f) $10\% \leq i < 12\%$
- (g) $12\% \leq i$

$$P = \frac{A}{\bar{i}} \Rightarrow \bar{i}_s = \frac{A}{P} \leftarrow \text{TIR semestrale}$$

$$\bar{i} = (1 + \bar{i}_s)^2 - 1 \leftarrow \text{TIR annuo}$$

Svolgimento: (2 p.ti):

3. (2+2=4 p.ti) Date le seguenti obbligazioni, con i relativi prezzi:

(a) BOT scadenza 6 mesi, prezzo P_1

(b) BTP TAN 6%, scadenza 1 anno, prezzo P_2

Tenendo conto che i BTP pagano cedole ogni sei mesi, dati: $P_1 = 95, P_2 = 102$

Calcolare il valore attuale P_3 del BOT che scade tra un anno

Selezionare la risposta esatta: (2 p.ti)

(a) $90 \leq P_3 < 94$

(b) $94 \leq P_3 < 95$

(c) $95 \leq P_3 < 96$

(d) $96 \leq P_3 < 97$

(e) $97 \leq P_3$

(f) $110 \leq P_3$

$$\begin{array}{ll} P_1 = 95 & P_2 = 102 \Rightarrow P_3 = 96.32 \\ P_1 = 95 & P_2 = 105 \Rightarrow P_3 = 99.31 \\ P_1 = 98 & P_2 = 100 \Rightarrow P_3 = 94.23 \\ P_1 = 98 & P_2 = 99 \Rightarrow P_3 = 93.23 \end{array}$$

Svolgimento: (2 p.ti):

$$\begin{cases} P_1 = 100 d_1 \\ P_2 = 3 d_1 + 103 d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_1 = P_1 / 100 \\ d_2 = \frac{P_2 - 3 d_1}{103} \end{cases}$$

$$P_3 = 100 d_2$$

4. (2+2=4 p.ti) Con gli stessi dati dell'esercizio precedente.

Quale deve essere l'importo I della cedola perchè un BTP che scade tra un anno quoti alla pari?

Selezionare la risposta esatta: (2 p.ti)

(a) $I < 0.5$

(b) $0.5 \leq I < 1.5$

(c) $1.5 \leq I < 2.4$

(d) $2.4 \leq I < 3.4$

(e) $3.4 \leq I$

$$\begin{array}{ll} P_1 = 95 & P_2 = 102 \Rightarrow I = 1.94 \\ P_1 = 95 & P_2 = 105 \Rightarrow I = 0.37 \\ P_1 = 98 & P_2 = 100 \Rightarrow I = 3 \\ P_1 = 98 & P_2 = 99 \Rightarrow I = 3.52 \end{array}$$

Svolgimento: (2 p.ti):

$$100 = I d_1 + (100 + I) d_2$$

$$I = \frac{100 - 100 d_2}{d_1 + d_2}$$

5. (2+2=4 p.ti) I due portafogli A e B sono efficienti in media e varianza. I loro rendimenti attesi sono r_A, r_B e le deviazioni standard sono σ_A, σ_B . La correlazione tra i rendimenti è ρ . Come investire un capitale C in modo ottimale per ottenere un rendimento atteso \bar{r} ?

Dati: $r_A = 30\%, r_B = 10\%, \sigma_A = 40\%, \sigma_B = 20\%, \rho = 0.8, \bar{r} = 50\%, C = 1000$

Indicare il denaro H investito nel primo portafoglio

Selezionare la risposta esatta: (2 p.ti)

- (a) $H < 0$
- (b) $0 \leq H < 1500$
- (c) $1500 \leq H < 2500$
- (d) $2500 \leq H < 3500$
- (e) $3500 \leq H < 4500$
- (f) nessuno dei precedenti

$$\begin{aligned} C = 1000 &\Rightarrow H = 2000 \\ C = 2000 &\Rightarrow H = 4000 \\ C = 1500 &\Rightarrow H = 3000 \\ C = 1500 &\Rightarrow H = 3000 \end{aligned}$$

Svoglimento: (2 p.ti):

$$\alpha r_A + (1-\alpha) r_B = \bar{r} \Rightarrow \alpha = \frac{\bar{r} - r_B}{r_A - r_B}$$

$$H = \alpha C$$

6. (2+2=4 p.ti) Con gli stessi dati dell'esercizio precedente, investendo il capitale C nel portafoglio efficiente a varianza minima, calcolare il valore atteso E dell'investimento.

Selezionare la risposta esatta: (2 p.ti)

- (a) $E < 0$
- (b) $0 \leq E < 100$
- (c) $100 \leq E < 1100$
- (d) $1100 \leq E < 1700$
- (e) $1700 \leq E < 2200$
- (f) $2200 \leq E$

Tutte le versioni:

$$\begin{aligned} \alpha_{\min} &= -0.33, & C = 1000 &\Rightarrow E = 1033.33 \\ & & C = 2000 &\Rightarrow E = 2066.66 \\ & & C = 1500 &\Rightarrow E = 1550 \\ & & C = 1500 &\Rightarrow E = 1550 \end{aligned}$$

Svoglimento: (2 p.ti):

Varianze di un portafoglio $(\alpha, 1-\alpha) \cdot V = \alpha^2 \sigma_A^2 + 2\alpha(1-\alpha)\sigma_{AB} + (1-\alpha)^2 \sigma_B^2$

$$\frac{dV}{d\alpha} = 2\alpha\sigma_A^2 + 2(1-2\alpha)\sigma_{AB} - 2(1-\alpha)\sigma_B^2 = 0$$

$$\alpha_{\min} = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 - 2\sigma_{AB} + \sigma_B^2}$$

$$E = C (\alpha_{\min} r_A + (1-\alpha_{\min}) r_B)$$

7. 2 p.ti risposta esatta, -1 p.to risposta errata. Un portafoglio è efficiente in media-varianza se:

- (a) Il rapporto tra media dei rendimenti e varianza dei medesimi è superiore a 1
- (b) Il rapporto tra media dei rendimenti e varianza dei medesimi è inferiore a 1
- (c) Non esiste un altro portafoglio con media e varianza dei rendimenti entrambi superiori
- ☒ (d) Non esiste un altro portafoglio con media dei rendimenti uguale e varianza inferiore
- (e) Non esiste un altro portafoglio con media dei rendimenti inferiore e varianza superiore

8. (6 p.ti) Determinare, dimostrandola, la formula che esprime il valore attuale di una rendita a rata costante, finita e posticipata.

Una rendita di durata N si ottiene come differenza di una rendita infinita con primo pagamento in $t=1$ e una rendita infinita con primo pagamento in $t=N+1$.

Il suo valore v_0 è quindi $\bar{v} =$

$$\begin{aligned} V_0 &= \frac{I}{i} - \frac{I}{i} d^n \\ &= I \frac{1-d^n}{i} \end{aligned}$$