

# MATEMATICA PER LE APPLICAZIONI ECONOMICHE

Esame 10 Gennaio 2013

Cognome e Nome ..... Matricola .....

Firma .....

1	2	3	4	5	6	7	8	TOT
---	---	---	---	---	---	---	---	-----

**TUTTE LE RISPOSTE SONO APPROSSIMATE ALLA SECONDA CIFRA DOPO LA VIRGOLA**

1. (4 p.ti) Un prestito di 10.000 euro viene ammortizzato al tasso nominale annuo del 6% tramite il pagamento di  $N$  rate mensili a quota capitale costante. Determinare l'importo  $R_1$  della prima rata

Dati:

$$N = 40$$

**Svolgimento:** (4 p.ti):

2. (2+2=4 p.ti) Il costo iniziale di un investimento che genera ricavi per 10 milioni di euro dopo un anno e per 5 milioni di euro dopo tre anni è  $x$  milioni di euro.

Determinare il valore massimo di  $x$  per il quale l'investimento risulta conveniente rispetto al tasso annuo  $i$ .

Dati:

$$i = 10\%$$

**Selezionare la risposta esatta:** (2 p.ti)

- (a)  $0 < x < 1$
- (b)  $1 < x < 5$
- (c)  $5 < x < 10$
- (d)  $10 < x < 20$
- (e) Nessuno dei precedenti.

**Svolgimento:** (2 p.ti):

3. (2+2=4 p.ti) In un mercato due titoli sono efficienti in media e varianza. Siano  $\bar{r}_1, \bar{r}_2$  e  $\sigma_1, \sigma_2$  i rispettivi rendimenti medi e deviazioni standard. I rendimenti dei due titoli sono incorrelati

Dati:

$$\sigma_1 = 0.4, \sigma_2 = 0.6, \bar{r}_1 = 0.1, \bar{r}_2 = 0.2$$

Calcolare il rendimento atteso  $R$  del portafoglio efficiente a varianza minima.

**Selezionare la risposta esatta:** (2 p.ti)

- (a)  $10\% < R < 11\%$
- (b)  $11\% < R < 12\%$
- (c)  $12\% < R < 13\%$
- (d)  $13\% < R < 14\%$
- (e) Nessuno dei precedenti.

**Svolgimento:** (2 p.ti):

4. (2+2=4 p.ti) Data la struttura dei fattori di sconto a pronti  $(d_1, d_2, d_3) = (0.95, 0.90, 0.80)$  con scadenze 1, 2 e 3 anni, determinare la cedola  $I$  per cui il titolo che paga  $(I, 2I, 100 + 3I)$  sia quotato alla pari.

Dati:  $(d_1, d_2, d_3) = (0.95, 0.90, 0.80)$

**Selezionare la risposta esatta:** (2 p.ti)

- (a)  $0 < I < 2$
- (b)  $2 < I < 3$
- (c)  $3 < I < 5$
- (d)  $5 < I < 7$
- (e) Nessuno dei precedenti.

**Svolgimento:** (2 p.ti):

5. (2+2=4 p.ti) L'obbligazione, con scadenza tra 10 anni, e TAN =2% ha prezzo  $P_2$  e lo zero coupon bond con la stessa scadenza ha prezzo  $P_0$ . Determinare il prezzo  $P_{10}$  dell'obbligazione con TAN 10% che scade tra 10 anni. Dati:  $P_2 = 110, P_0 = 98$

**Selezionare la risposta esatta:** (2 p.ti)

- (a)  $100 < P_{10} < 110$
- (b)  $110 < P_{10} < 120$
- (c)  $120 < P_{10} < 130$
- (d)  $130 < P_{10} < 140$
- (e) Nessuno dei precedenti.

**Svolgimento:**(2 p.ti)

6. (2+2=4 p.ti) Stessi dati dell'esercizio precedente. Sia  $D_0$  la duration del titolo a cedola nulla,  $D_2$  la duration del titolo con TAN 2%,  $D_{10}$  la duration del titolo con TAN 10%. Ordinare le duration in ordine crescente.

**Selezionare la risposta esatta:** (2 p.ti)

- (a)  $D_0 < D_2 < D_{10}$
- (b)  $D_2 < D_{10} < D_0$
- (c)  $D_{10} < D_2 < D_0$
- (d)  $D_{10} < D_0 < D_2$
- (e) Nessuno dei precedenti.

**Svolgimento:** (2 p.ti):

7. Rispondere alla seguente domanda *2 p.ti risposta esatta, -1 p.to risposta errata*

Supponiamo che il tasso a pronti a un anno sia maggiore del tasso a pronti a due anni, allora:

- (a) il tasso a termine tra uno e due anni è sempre compreso tra i due tassi a pronti.
- (b) il tasso a termine tra uno e due anni è sempre più grande dei due tassi a pronti.
- (c) il tasso a termine tra uno e due anni è sempre più piccolo dei due tassi a pronti.
- (d) la relazione è impossibile in quanto creerebbe opportunità di arbitraggio.

8. *(6 p.ti)* Enunciare e dimostrare la relazione fondamentale tra tassi spot e tassi forward, indicando con  $s(t_1)$  il tasso spot con scadenza tra  $t_1$  anni, con  $s(t_2)$  il tasso spot con scadenza tra  $t_2$  anni e con  $f(t_1, t_2)$  il tasso forward tra  $t_1$  e  $t_2$ , con  $t_1 < t_2$ .