MATEMATICA PER LE APPLICAZIONI ECONOMICHE

Esame 10 Luglio 2013

Cognome e Nome .... Matricola ....

Firma ....

SOLUZIONI

1	2	3	4	5	6	7	8	TOT

TUTTE LE RISPOSTE SONO APPROSSIMATE ALLA SECONDA CIFRA DOPO LA VIRGOLA!
E' vietato l'uso di libri e quaderni. Tempo a disposizione 2 ore e 30 minuti.

1. *(2+2=4 p.ti)* Un'obbligazione del valore nominale di 100 euro che dura un anno, paga interessi al tasso nominale annuo i con cedole semestrali. Qual è il suo valore P dopo tre mesi dall'emissione rispetto alla legge di capitalizzazione

$$W_t = W_0 e^{rt}$$

con $r = 40\%$ annuo.

Dati: $i = 15\%$

Determinare il prezzo P

$i = 10\% \to P = 82.31$ (c)
$i = 5\% \to P = 78.20$ (b)
$i = 20\% \to P = 90.54$ (e)
$i = 15\% \to P = 86.42$ (d)

Selezionare la risposta esatta: *(2 p.ti)*

$(a) 72 \leq P < 76$ $(b) 76 \leq P < 80$ $(c) 80 \leq P < 84$ $(d) 84 \leq P < 88$ $(e) 88 \leq P < 92$ (f) nessuno dei precedenti

Svoglimento: *(2 p.ti)*:

$$P = e^{-r\cdot\frac{3}{12}}\,\frac{i}{2}\cdot 100 + e^{-r\cdot\frac{9}{12}}\left(1+\frac{i}{2}\right)100$$

2. *(2+2=4 p.ti)* Una banca remunera gli interessi con capitalizzazione mensile al tasso annuo nominale i. Versando un importo R ogni mese per 10 mesi consecutivi a partire da adesso, quale sarà l'importo C_2 disponibile sul conto tra due anni?

Dati: $i = 8\%, R = 100$

Selezionare la risposta esatta: *(2 p.ti)*

$i = 4\% \to C_2 = 1070.65$ (a)
$i = 10\% \to C_2 = 1185.79$ (e)
$i = 6\% \to C_2 = 1107.68$ (b)
$i = 8\% \to C_2 = 1146.13$ (c)

(a) $1060 \leq C_2 < 1090$
(b) $1090 \leq C_2 < 1120$
(c) $1120 \leq C_2 < 1150$
(d) $1150 \leq C_2 < 1180$
(e) Nessuno dei precedenti.

Svoglimento: *(2 p.ti)*:

$i_m = i/12$ $\qquad d_m = (i_m+1)^{-1}$ $\qquad \ddot{a}_{\overline{10}|i_m} = \dfrac{1-d_m^N}{i_m d_m}$

$V_0 = R\,\ddot{a}_{\overline{10}|i_m}$

$C_2 = V_0(1+i_m)^{24}$

3. (2+2=4 p.ti) Data la struttura dei fattori di sconto a pronti d(0,1), ... cedola I che fa sì che il titolo

$$\{I, I, I, C+I\}|\{1, 2, 3, 4\}$$

con $C = 100$, quoti alla pari.

Dati:

$$d(0,1) = 0.98, d(0,2) = 0.97, d(0,3) = 0.96, d(0.4) = 0.955$$

Selezionare la rispostlea esatta: *(2 p.ti)*

(a) $1.0 \leq I < 1.1$

(b) $1.1 \leq I < 1.2$

(c) $1.2 \leq I < 1.3$

(d) $1.4 \leq I < 1.5$

(e) nessuno dei precedenti

$I = 1.16$ (b)
(tutte le versioni)

Svoglimento: *(2 p.ti)*

$$I = 100 \cdot \frac{(1 - d(0,4))}{d(0,1) + d(0,2) + d(0,3) + d(0,4)}$$

4. *(2+2=4 p.ti)* Con gli stessi dati dell'esercizio precedente, calcolare la Duration D di una posizione che rimborserà C_1 Euro tra 1 anno e C_3 Euro tra 3 anni.

Dati: $C_1 = 100, C_3 = 300$

Selezionare la risposta esatta: *(2 p.ti)*

(a) $1.50 \leq D < 1.80$

(b) $1.80 \leq D < 2.10$

(c) $2.10 \leq D < 2.40$

(d) $2.40 \leq D < 2.70$

(e) Nessuno dei precedenti.

$C_1 = 100$, $C_3 = 100 \to D = 1.99$ (b)
$C_1 = 200$, $C_3 = 100 \to D = 1.66$ (a)
$C_1 = 100$, $C_3 = 200 \to D = 2.32$ (c)
$C_1 = 100$, $C_3 = 300 \to D = 2.49$ (d)

Svoglimento: *(2 p.ti)*

$$D = \frac{C_1\, d(0,1) + C_3 \cdot 3 \cdot d(0,3)}{C_1\, d(0,1) + C_3\, d(0,3)}$$

5. *(4 p.ti)* Considerare un mercato con tre titoli, tutti con lo stesso rendimento atteso $R = 10\%$ e con matrice di varianza-covarianza dei rendimenti

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Calcolare il rendimento atteso E e la varianza del rendimento V del portafoglio $\bar{\omega}$ ottenuto investendo X_1 Euro nel primo titolo, X_2 Euro nel secondo titolo e X_3 Euro nel terzo titolo.

Dati: $X_1 = 3500, X_2 = 4000, X_3 = -2500$ (vendita allo scoperto)

Svoglimento:*(4 p.ti)*

$$\bar{\omega} = \left(\frac{X_1}{X_1+X_2+X_3}, \frac{X_2}{X_1+X_2+X_3}, \frac{X_3}{X_1+X_2+X_3} \right)$$

2500, 3500, −1000, → V = 1.07

3500, 2500, −1000 → V = 0.91

4000, 3500, −2500 → V = 1.67

3500, 4000, −2500 → V = 1.72

$$E = \bar{\omega}^T \cdot \begin{pmatrix} R \\ R \\ R \end{pmatrix} = R$$

$$V = \bar{\omega}' \Sigma \bar{\omega}$$

6. *(4 p.ti)*Con gli stessi dati dell'esercizio precedente, dire se il portafoglio $\bar{\omega}$ è efficiente, motivando la risposta.

Occorre calcolare il rango di

$$\left(\Sigma \bar{\omega} \;\middle|\; \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \;\middle|\; \begin{matrix} R \\ R \\ R \end{matrix} \right)$$

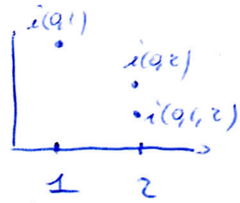
e confrontarlo con il rango di

$$\begin{pmatrix} 1 & R \\ 1 & R \\ 1 & R \end{pmatrix}$$

Se il portafoglio è efficiente i due ranghi sono uguali.

Dato che, per ogni $\bar{\omega}$ si verifica che il rango della prima matrice è 2, mentre quello della seconda è 1, il portafoglio <u>non</u> è efficiente.

7. *(2 p.ti risp. esatta, -1 p.to risp. errata)* Se il tasso a pronti a un anno è maggiore del tasso a pronti a due anni, allora il tasso a termine tra uno e due anni è



(a) Sempre maggiore del tasso a pronti a un anno

(b) Sempre maggiore del tasso a pronti a due anni

~~(c)~~ Sempre minore del tasso a pronti a due anni

(d) Sempre compreso tra i due tassi a pronti

(e) Nessuno dei precedenti (dipende dalle situazioni di mercato)

8. *(6 p.ti)* Una rendita infinita posticipata con rata annuale I ha la stessa duration e lo stesso yield to maturity y di uno zero coupon bond che scade in T. Se lo yield to maturity è $y = 5\%$, calcolare il valore di T.

La rendita infinita posticipata ha duration

$$D = 1 + \frac{1}{y}$$

Se ha la stessa duration dello zero coupon bond, segue che

$$D = T$$

quindi

$$T = 1 + \frac{1}{y} = 1 + \frac{100}{5} = 21$$