MATEMATICA PER LE APPLICAZIONI ECONOMICHE - CLEM
Docente A. Fabretti
A.A. 2013/2014 - Compito Test

Cognome .... Nome .... Matricola ....

Firma ....

1) *(5 p.ti)* Si consideri un BTP con vita residua 18 mesi che paga cedole semestrali al tasso nominale 7%. Sapendo che gli ZCB con scadenza 6 mesi, 1 anno e 18 mesi hanno rispettivamente prezzo P_1, P_2 e P_3 determinare il prezzo P e la duration D del BTP. Si assume per tutti i titoli un valore nominale pari a 100.
Dati: $P_1 = 97.56$, $P_2 = 95.13$, $P_3 = 92.75$.

Risposta: $P =$ 102.74 $\quad D =$ 1.45

Svolgimento:

flusso BTP $= (3.5, 3.5, 103.5)/(0.5, 1, 1.5)$

Prezzo $P = \sum x_k v(0, t_k)$ $\qquad D = \dfrac{\sum t_k x_k v(0, t_k)}{P}$

Ricaviamo i $v(0, t_k)$ da ZCB

$v(0, 0.5) = \dfrac{P_1}{100} = 0{,}9756$

$v(0, 1) = \dfrac{P_2}{100} = 0{,}9513$

$v(0, 1.5) = \dfrac{P_3}{100} = 0{,}9275$

2) *(3 p.ti)* Considerando la struttura dei tassi ricavata nell'esercizio precedente, determinare il prezzo a termine di uno ZCB emesso tra un anno, scadenza 6 mesi e valore nominale 100.

Risposta: $P =$ 97,50

Svolgimento:

$$i(0,1,1{,}5) = \left(\frac{v(0,1.5)}{v(0,1)}\right)^{-\frac{1}{1{,}5-1}} - 1 \simeq 5{,}20\%$$

$$P = 100 \cdot \left(1 + i(0,1,1.5)\right)^{-0.5} \simeq \underline{97{,}50}$$

3) *(4 p.ti)* In un piano di ammortamento a quota capitale costante il numero di rate é n, il debito iniziale D e la prima rata R_1. Determinare il tasso i e la seconda rata R_2.
Dati: $D = 2000$, $n = 24$, $R_1 = 163,33$.

Risposta: $i =$ 4% $\quad R_2 =$ 160

Svolgimento:

Quota capitale $QC = \frac{D}{n} = \frac{2000}{24} = 83{,}33$

$QI_1 = R_1 - QC = 163{,}33 - 83{,}33 = 80$

$i = \frac{QI_1}{D} = \frac{80}{2000} = 4\%$

Debito Residuo tempo 1 $\underbrace{D - QC = 1916{,}66}_{D_1}$

$R_2 = QC + QI_2$

$QI_2 = i \cdot D_1 = 0{,}04 \cdot 1916{,}66 = 76{,}66$

4) *(4 p.ti)* Date le due operazioni finaziarie x/t e y/t

$$x/t = \{-100, 1.5, 1.5, 1.5, 101.5\}\{0, 0.25, 0.50, 0.75, 1\}$$

$$y/t = \{-C, 10, 100\}\{0, 0.5, 1\}$$

determinare C tale che x/t e y/t abbiano lo stesso TIR.

Risposta: $C =$ 104,05

Svolgimento:

IL TIR di x/t è 6% perchè x/t ha un flusso di cassa pari a un BTP con TAN = 6% quotato alla pari

quindi C si ricava come valore attuale di (10, 100)/(0,5, 1) al 6%

$$C = 10\,(1+0{,}06)^{-0.5} + 100\,(1+0.06)^{-1} = 104{,}05$$

5) *(6 p.ti)* Dati 3 titoli con rendimento atteso $\bar{r}_1 = 5\%$, $\bar{r}_2 = 10\%$ e $\bar{r}_3 = 7\%$ e matrice di varianza e covarianza

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

calcolare il rendimento atteso E e la varianza V di un portafoglio con pesi $\mathbf{w} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$. Il portafoglio $\mathbf{w}$ è efficiente ?

Risposta: $E =$ 6,75% $V =$ 68,75%

Efficiente? (*barrare la risposta corretta*) SI NO

Svolgimento:

Sia $\vec{V} = \begin{pmatrix} \bar{r}_1 \\ \bar{r}_2 \\ \bar{r}_3 \end{pmatrix}$ vettore rendimenti

e Σ matrice varianza covarianza

$E = \vec{W}' \times \vec{V}$ $V = \vec{W}' \Sigma \vec{W}$

Il portafoglio non è efficiente perchè il rango della matrice

$$\left(\Sigma \vec{W} \,\vdots\, \vec{V} \,\vdots\, \vec{1} \right) \text{ è } 3 \text{ mentre}$$

il rango di $\left(\vec{V} \,\vdots\, \vec{1} \right)$ è 2

Individuare la risposta corretta nelle seguenti domande a risposta multipla. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata -1 punto, risposta non data 0 punti.

6)*(2 p.ti)* Considerando una banca che offre un conto corrente con TAN 8% e capitalizzazione degli interessi semestrale; il tasso di interesse effettivo i è

1. maggiore di 8%
2. minore di 8%
3. uguale a 8%
4. non è possibile calcolarlo

7) *(2 p.ti)* Per rimborsare un prestito di 10000 euro in 10 rate anticipate al tasso 6% si deve pagare una rata pari a

1. 1000 euro
2. 1281.77 euro
3. 1358.68 euro
4. nessuna delle precedenti

8) *(6 p.ti)* Supponendo non rispettata la relazione che lega i tassi a pronti con i tassi a termine tale che

$$(1+i(0,t))^t(1+i(0,t,s))^{(s-t)} < (1+i(0,s))^s$$

costruire un arbitraggio.