

MATEMATICA PER LE APPLICAZIONI ECONOMICHE - CLEM

Docente A. Fabretti

A.A. 2013/2014 - Appello I Sessione Estiva - 09/06/2014

Cognome Nome Matricola

Firma

	1	2	3	4	5	6	7	VOTO
a								

1) (6 p.ti) Data l'operazione finanziaria

$$x/t = (0, 10, 15, 20)/(0, 0.5, 1, 1.5)$$

calcolare il valore attuale V e la duration D usando la struttura dei tassi a scadenza ricavabile dai seguenti titoli

- ZCB a 6 mesi con prezzo P_1
- ZCB a un anno con prezzo P_2
- BTP con cedola semestrale, tasso cedolare 6%, durata residua 18 mesi e prezzo P_3

Dati: $P_1 = 98.65$, $P_2 = 96.43$, $P_3 = 101.87$

Risposta: $V = 42.97$ $D = 1.10$

Svolgimento:

Ricavo dai Titoli i fattori di sconto

$$v(0, 0.5) = \frac{P_1}{v_N} = 0.9865 \quad v(0, 1) = \frac{P_2}{v_N} = 0.9643$$

$$v(0, 1.5) = \frac{P_3 - 3 \cdot v(0, 0.5) - 3v(0, 1)}{v_N} = 0.9322$$

$$V = \sum x_i v(0, t_i) = 10 \cdot v(0, 0.5) + 15 \cdot v(0, 1) + 20 v(0, 1.5) = 42.97$$

$$D = \frac{\sum x_i t_i \cdot v(0, t_i)}{V} = 1.10$$

2) (5 p.ti) Si vuole costituire un capitale C tra n anni versando rate costanti mensili di importo R su un conto corrente che offre un tasso di rendimento effettivo annuo i . Determinare R .

Dati: $C = 20000$, $n = 3$, $i = 6\%$

Risposta: $R = 509,65$

Svolgimento:

Tasso mensile $i_{12} = (1 + i)^{1/12} - 1 = 0,49\%$

$$R = \frac{C}{S_{n|i}} = \frac{20'000}{S_{36|0,49\%}} = 509,65$$

3) (5 p.ti) Siano A e B due fondi efficienti con rendimenti attesi $\bar{r}_A = 15\%$ e $\bar{r}_B = 5\%$, deviazioni standard $\sigma_A = 0,1$, $\sigma_B = 0,1$ e correlazione $\rho = 0,4$. Si vogliono investire X euro in un portafoglio efficiente con rendimento atteso \bar{r} . Determinare quanto denaro X_A occorre investire nel fondo A.

Dati: $X = 1500$, $\bar{r} = 10\%$

Risposta: $X_A = 750$

Svolgimento:

$$\alpha \bar{r}_A + (1 - \alpha) \bar{r}_B = \bar{r} \quad \rightarrow \quad \alpha = \frac{\bar{r} - \bar{r}_B}{\bar{r}_A - \bar{r}_B}$$

$$\alpha = 0,5$$

$$X_A = \alpha \cdot X = 0,5 \cdot 1500 = 750$$

4) (6 p.ti) La società Alpha sa di dover pagare sia tra 2 che tra 4 anni un importo di 1000 euro e decide di coprirsi da eventuali variazioni dello stato del mercato, caratterizzato all'istante iniziale da una struttura piatta con tasso annuo i . Si supponga che sul mercato siano disponibili i seguenti titoli:

- BTP con scadenza a 2 anni, cedola annua e $TAN = 7\%$
- BTP con scadenza a 5 anni, cedola annua e $TAN = 5\%$

Determinare le quote a_1 e a_2 da investire rispettivamente nel BTP con scadenza 2 anni e nel BTP scadenza 5 anni in modo che il flusso costituito dalle attività e dalle passività risulti immunizzato. Dati: $i = 5\%$

Risposta: $a_1 = 10$ $a_2 = 7$ (arrotondate all'intero)

Svolgimento:

Si ricava Valore Attuale e duration del debito che ha flusso

$$(-1000, -1000) / (2, 4)$$

$$VA = +1000 \cdot (1+i)^{-2} + 1000 (1+i)^{-4} = 1729,73$$

$$D = \frac{1000 \cdot 2 (1+i)^{-2} + 1000 \cdot 4 (1+i)^{-4}}{VA} = 2,95$$

Si ricavano P_{BTP} e Duration dei 2 BTP

$$P_1 = \frac{100}{(1+0.05)^2} + \frac{7}{0.05} \left(1 - \frac{1}{(1+0.05)^2} \right) = 103,72$$

$$D_1 = 1,94$$

$$P_2 = 100 \quad D_2 = \frac{1+y}{my} - \frac{1+y+n(c-y)}{mc[(1+y)^n - 1] + my}$$

$$D_2 = 4,55$$

Risolvere il sistema

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = VA \\ W_1 D_1 + W_2 D_2 = D \end{cases}$$

$$\text{con } w_1 = \frac{V_1}{VA} \quad w_2 = \frac{V_2}{VA}$$

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = VA \\ W_1 D_1 + W_2 D_2 = D \end{cases}$$

$$\text{quote } a_1 = \frac{V_1}{P_1} \quad a_2 = \frac{V_2}{P_2}$$

Individuare la risposta corretta nelle seguenti domande a risposta multipla. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata -1 punto, risposta non data 0 punti.

5) (2 p.ti) Dato un BTP con un flusso di cassa $(0, 3, 3, 3, 103)/(0, 0.5, 1, 1.5, 2)$ e prezzo 98.3, il tasso di rendimento a scadenza è

☒ maggiore di 6%

2. minore di 6%

3. minore di 3%

4. nessuna delle precedenti

6) (2 p.ti) Considerando un portafoglio di valore 10000 euro, tasso di rendimento 10% e duration 3.2, quale è il suo valore se il tasso di rendimento diventa 9%?

1. 10000 euro

☒ 2. 10290.90 euro

3. 9709.10 euro

4. nessuna delle precedenti

7) (6 p.ti) Formulare e risolvere il problema di Markowitz.

Vedi Appunti e Libro
Cap 6 Paragrafo 6.6