

# MATEMATICA PER LE APPLICAZIONI ECONOMICHE - CLEM

Docente A. Fabretti

A.A. 2013/2014 - Appello III Sessione Estiva - 08/07/2014

Cognome ..... Nome ..... Matricola .....

Firma .....

	1	2	3	4	5	6	7	VOTO
a								

1) ( 5 p.ti) Si vuole costituire un portafoglio immunizzato a copertura di un debito di importo  $C$  da pagare tra 4 anni. Sul mercato sono presenti due ZCB rispettivamente con scadenza 3 e 6 anni e valore nominale 100. Assumendo una struttura di tassi piatta con tasso  $\lambda$  trovare le quote da investire nei due titoli.

Dati:  $C = 3000$        $\lambda = 5\%$

Risposta:  $q_1 = 19$        $q_2 = 11$

Svolgimento:

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = VA \\ w_1 D_1 + w_2 D_2 = D \end{cases}$$

con

$$VA = C (1 + \lambda)^{-4} = 2468.11$$

$$D = 4$$

$$D_1 = 3 \quad D_2 = 6$$

$$V_1 = q_1 P_1 \quad V_2 = q_2 P_2$$

$$P_1 = 100 (1 + \lambda)^{-3} = 86.38$$

$$P_2 = 100 (1 + \lambda)^{-6} = 74.62$$

Risolvendo il sistema si ottiene

$$V_1 = 1645.40$$

$$V_2 = 822.70$$

e quindi

$$q_1 = \frac{V_1}{P_1} = 19.06 \rightarrow 19$$

$$q_2 = \frac{V_2}{P_2} = 11.02 \rightarrow 11$$

$$w_1 = \frac{V_1}{VA}$$

$$w_2 = \frac{V_2}{VA}$$

2) (6 p.ti) Il signor R chiede alla banca N un mutuo di 150000 euro da rimborsare con rate costanti mensili al tasso effettivo annuo  $i$ . Il signor R non può permettersi di pagare una rata superiore a 1000 euro. Quale è il numero di anni minimo di durata del mutuo? Dopo aver individuato il numero di anni del mutuo, ricalcolare la rata.

Dati:  $i = 4\%$

Risposta:  $n = 18$   $R = 969.76$   $1/12$

Svolgimento:

Tasso mensile  $i_m = (1+i)^{1/12} - 1 \approx 0,33\%$

$$N = - \frac{\lg(1 - \frac{V}{R} \cdot i_m)}{\lg(1 + i_m)} \approx 206,65 \quad \text{dove } V = 150'000$$

$R = 1000$

$$\frac{206,65}{12} = 17,22 \rightarrow 18 \text{ anni}$$

Ricalcolo la rata

$$R = \frac{150'000}{\frac{1 - (1 + i_m)^{-18 \times 12}}{i_m}} = 969.76$$

3) (5 p.ti) Date le seguenti operazioni finanziarie

A: un esborso iniziale di 10000 euro in cambio di entrate costanti annue perpetue di  $X$  euro

B: un esborso iniziale di 10000 euro in cambio di incassi di 5000 euro dopo 2, 4 e 6 anni.

Usando il tasso  $i$ , stabilire con il criterio del Van quale operazione è da preferire.

Dati:  $i = 6\%$   $X = 700$

Risposta: operazione B

Svolgimento:

$$VAN_A = -10000 + \frac{X}{i} = 1666,66$$

$$VAN_B = -10000 + 5000(1+i)^{-2} + 5000(1+i)^{-4} + 5000(1+i)^{-6} = 1935,25$$

4) (6 p.ti) Dati 3 titoli con rendimento medio  $\bar{r}_1 = 4\%$ ,  $\bar{r}_2 = 5\%$ ,  $\bar{r}_3 = 7\%$  e matrice di varianza e covarianza

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Trovare il portafoglio efficiente con rendimento  $\bar{r}$ .

Dati:  $\bar{r} = 6\%$

Risposta:

Svolgimento:

Risolvere il sistema

$$\begin{cases} w_1 - \lambda \bar{r}_1 - \mu = 0 \\ 2w_2 + w_3 - \lambda \bar{r}_2 - \mu = 0 \\ w_2 + 3w_3 - \lambda \bar{r}_3 - \mu = 0 \\ w_1 + w_2 + w_3 = 1 \\ w_1 \bar{r}_1 + w_2 \bar{r}_2 + w_3 \bar{r}_3 = \bar{r} \end{cases}$$

quindi:

$$w_1 = 0,2631$$

$$w_2 = 0,1053$$

$$w_3 = 0,6316$$

dalle prime 3 equaz.

$$w_1 = \lambda \bar{r}_1 + \mu$$

$$w_2 = \frac{\lambda}{5} (3\bar{r}_2 - \bar{r}_3) + \frac{2}{5}\mu$$

$$w_3 = \frac{\lambda}{5} (2\bar{r}_3 - \bar{r}_2) + \frac{1}{5}\mu$$

Sostituendo nelle ultime 2 si ottiene un sistema in  $\lambda$  e  $\mu$  con soluzione

$$\lambda = 57,89 \quad \mu = -2,05$$

(i calcoli e i passaggi sono omissi)

Individuare la risposta corretta nelle seguenti domande a risposta multipla. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta sbagliata -1 punto, risposta non data 0 punti.

5) (2 p.ti) Un prestito di 5000 euro è rimborsato con 5 rate annue con quota capitale costante. Sapendo che la prima rata è di 1200 euro determinare il tasso praticato.

1. 5%

2. 3%

~~3.~~ 4%

4. nessuna delle precedenti

6) (2 p.ti) Il rateo di un BTP con TAN 5%, valore nominale 100 e cedola semestrale, al momento dello stacco della cedola è

1. pari all'intero ammontare della cedola

~~2.~~ nullo

3. 2,5

4. nessuna delle precedenti

7) (6 p.ti) Enunciare e dimostrare il teorema di esistenza del TIR.

Vedi libro e appunti.