

Cognome Nome
Matricola
Firma
SOLTUZION1

1) (6 p.ti) Un debito D viene rimborsato in n rate mensili costanti al tasso r annuo con capitalizzazione mensile. Determinare la prima rata, quota capitale, quota interesse e debito residuo.

Calcolo il tasso mensile e il fattore di sconto mensile

$$r_m = \frac{r}{12} \quad d_m = (1 + r_m)^{-1}$$

Calcolo la Rate costate

$$a_{n|r_m} = \frac{1 - d_m^n}{r_m} \quad R = D / a_{n|r_m}$$

$$I_1 = r_m D \text{ (quota interesse)} \quad C_1 = R - I_1 \text{ (quota cap)} \quad D_1 = D - C_1 \text{ (debito residuo)}$$

2) (5 p.ti) Ho investito C_1 euro in uno zero coupon bond che scade tra 2 anni e C_2 euro in uno zero coupon bond che scade tra 4 anni. Se il TIR dell'investimento aumenta di 1% di quanto cambia approssimativamente il valore dell'investimento.

Calcolo la Duration dell'investimento

$$D = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot 2 + \frac{C_2}{C_1 + C_2} \cdot 4$$

La variazione percentuale del valore dell'investimento è approssimativamente

$$\frac{\Delta V}{V} \approx -D \cdot 0.01$$

3) (6 p.ti) Gli zero coupon bond che scadono rispettivamente tra 2 anni e tra 5 anni valgono rispettivamente P_2 e P_5 . Determinare i tassi a pronti a 2 e a 5 anni e il tasso a termine tra 2 e 5 anni. Calcolare il valore attuale del flusso $x = (200, 500) | (2, 5)$.

Calcolo i fattori di sconto a pronti.

$$d(0,2) = \frac{P_2}{100} \quad d(0,5) = \frac{P_5}{100}$$

Calcolo i tassi a pronti.

$$r(0,2) = d(0,2)^{-1/2} - 1$$

$$r(0,5) = d(0,5)^{-1/5} - 1$$

Calcolo il fattore di sconto e il tasso a termine

$$d(0,2,5) = \frac{d(0,5)}{d(0,2)} \quad r(0,2,5) = d(0,2,5)^{-1/3} - 1$$

Calcolo il valore attuale di x

$$V = 200 \cdot d(0,2) + 500 \cdot d(0,5)$$

4) (7 p.ti) In un mercato con n titoli, il portafoglio margine (o tangente) ha rendimento atteso \bar{r}_M e deviazione standard σ_M , mentre il titolo non rischioso ha rendimento r_f .

1. Determinare la composizione ottimale tra portafoglio margine e titolo non rischioso per ottenere un rendimento \bar{r}

2. Qual è la deviazione standard minima σ che si può ottenere per realizzare un rendimento atteso pari a \bar{r} ?

3. Qual è il massimo rendimento atteso \bar{r}_e che si può realizzare a fronte di una deviazione standard σ_e ?

1. Indicando con α l'investimento nel titolo non rischioso e con $1-\alpha$ l'inv. nel portafoglio margine:

$$\alpha \bar{r}_e + (1-\alpha) \bar{r}_m = \bar{r} \Rightarrow \alpha = \frac{\bar{r} - \bar{r}_m}{\bar{r}_e - \bar{r}_m}$$

$$\sigma_e = (1-\alpha) \sigma_m$$

3. Per ottenere una dev. standard σ_e investo β nel t.f. non rischioso

e $(1-\beta)$ nel p.f. margine, con

$$(1-\beta) \sigma_m = \sigma_e \Rightarrow 1-\beta = \frac{\sigma_e}{\sigma_m} \Rightarrow \beta = 1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_m}$$

$$\text{quindi il max rendimento atteso } \bar{r}_e = \beta \bar{r}_f + (1-\beta) \bar{r}_m = (1 - \frac{\sigma_e}{\sigma_m}) \bar{r}_f + \frac{\sigma_e}{\sigma_m} \bar{r}_m$$

6) Rispondere alle seguenti domande (2 p.ti risposta esatta, -1 p.to risposta errata):

1. Lo yield to maturity di un'obbligazione è maggiore del suo TAN, quindi...

(a) ... l'obbligazione quota sopra la pari

(b) ... l'obbligazione quota sotto la pari

(c) ... il valore dell'obbligazione dipende dalla duration

2. Dati due BTP con la stessa maturity, il primo con TAN 10%, l'altro con TAN 5% chi ha la duration maggiore?

(a) quello con TAN 10%

(b) quello con TAN 5%

(c) dipende dallo yield to maturity

3. In un contratto a termine su zero coupon bond abbiamo indicato il prezzo a termine con $d(0, t, s)$, con $0 < t < s$. Quale delle seguenti proprietà di $d(0, t, s)$ è vera?

(a) $d(0, t, s)$ è sempre uguale a zero

(b) $d(0, t, s)$ è stabilito in t , ma pagato in s

(c) $d(0, t, s)$ è stabilito in 0, ma pagato in t