

## ESERCITAZIONE 29 MAGGIO 2015

Es. 1 Si consideri, nell'istante di valutazione  $t = 0$ , un mercato definito sullo scadenziario  $t = \{t_1, t_2\} = \{0.5, 1\}$ , essendo il tempo misurato in anni. Siano trattati sul mercato due titoli a cedola nulla  $x$  e  $y$  ed un contratto a termine  $z$ : il contratto  $x$  paga 100 € in  $t_1$  ed è scambiato in  $t$  a 98 €; il contratto  $y$  paga 52 € in  $t_2$  con un prezzo in  $t$  di 49 €; il contratto  $z$  paga 106 € in  $t_2$ , al prezzo a termine, pattuito in  $t$  e pagato in  $t_1$ , di 100 €.

Verificare se sono possibili arbitraggi non rischiosi e costruire un'eventuale strategia di arbitraggio non rischioso.

Es. 2 I prezzi a pronti degli zero coupon bond unitari che scadono rispettivamente tra 5 e tra 10 anni sono  $P_1$  e  $P_2$ . Il prezzo a termine, con consegna tra 5 anni, dello zero coupon bond che scade tra 10 anni è  $P_3$ . Mostrare come effettuare un arbitraggio in modo da ricavare con certezza 1500 euro all'istante iniziale senza nessun esborso successivo, indicando quante quote degli zcb vanno acquistate/vendute a pronti/termine nei diversi istanti di tempo.

[Dati:  $P_1 = 0.95$ ;  $P_2 = 0.93$ ;  $P_3 = 0.97$ ]

Es. 3 Dati tre titoli con rendimento medio  $\bar{r}_1 = 4\%$ ,  $\bar{r}_2 = 5\%$ ,  $\bar{r}_3 = 6\%$  e matrice di varianza/covarianza

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Stabilire se i 3 titoli sono efficienti.

Es. 4 Dati 3 titoli con rendimento medio  $\bar{r}_1 = 4\%$ ,  $\bar{r}_2 = 5\%$ ,  $\bar{r}_3 = 7\%$  e matrice di varianza/covarianza

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Trovare il portafoglio efficiente con rendimento  $\bar{r} = 6\%$ .

Es. 5 Un mercato è composto da tre titoli rischiosi aventi rendimenti indipendenti. I rendimenti attesi sono rispettivamente  $\bar{r}_1 = 1\%$ ,  $\bar{r}_2 = 2\%$ ,  $\bar{r}_3 = 1\%$  e le deviazioni standard  $\sigma_1 = 1$ ,  $\sigma_2 = 2$ ,  $\sigma_3 = 2$ . L'investimento di 150000 euro nel primo titolo e 50000 euro nel terzo titolo è efficiente?

Calcolare il rendimento atteso e la varianza del rendimento dell'investimento, rappresentando i valori nel piano media-deviazione standard assieme a quelli corrispondenti ai tre titoli rischiosi.

Es. 6 In un mercato due titoli sono efficienti in media e varianza. Siano  $\bar{r}_1 = 0.1$ ,  $\bar{r}_2 = 0.2$  e  $\sigma_1 = 0.4$ ,  $\sigma_2 = 0.6$  i rispettivi rendimenti medi e deviazioni standard. I rendimenti dei due titoli sono incorrelati. Calcolare il rendimento atteso  $R$  del portafoglio efficiente a varianza minima.

Es. 7 Risolvere il problema di Markowitz nel caso di tre titoli con rendimento medio  $\bar{r}_1 = 1$ ,  $\bar{r}_2 = 2$ ,  $\bar{r}_3 = 3$  e matrice varianza/covarianza

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Nel caso in cui  $\bar{r} = 4$ .

Es. 8 Un mercato è composto da tre titoli i cui tassi di rendimento sono indipendenti. I rendimenti attesi sono  $\bar{r}_1 = 10\%$ ,  $\bar{r}_2 = 10\%$ ,  $\bar{r}_3 = 20\%$  e deviazioni standard  $\sigma_1 = 10\%$ ,  $\sigma_2 = 20\%$ ,  $\sigma_3 = 30\%$ . Dire se qualcuno tra i tre titoli è efficiente in media e varianza.