

ESERCITAZIONE 29 MAGGIO 2015

Es. 1 Si consideri, nell'istante di valutazione $t = 0$, un mercato definito sullo scadenziario $t = \{t_1, t_2\} = \{0.5, 1\}$, essendo il tempo misurato in anni. Siano trattati sul mercato due titoli a cedola nulla x e y ed un contratto a termine z : il contratto x paga 100 € in t_1 ed è scambiato in t a 98 €; il contratto y paga 52 € in t_2 con un prezzo in t di 49 €; il contratto z paga 106 € in t_2 , al prezzo a termine, pattuito in t e pagato in t_1 , di 100 €.

Verificare se sono possibili arbitraggi non rischiosi e costruire un'eventuale strategia di arbitraggio non rischioso.

Es. 2 I prezzi a pronti degli zero coupon bond unitari che scadono rispettivamente tra 5 e tra 10 anni sono P_1 e P_2 . Il prezzo a termine, con consegna tra 5 anni, dello zero coupon bond che scade tra 10 anni è P_3 . Mostrare come effettuare un arbitraggio in modo da ricavare con certezza 1500 euro all'istante iniziale senza nessun esborso successivo, indicando quante quote degli zcb vanno acquistate/vendute a pronti/termine nei diversi istanti di tempo.

[Dati: $P_1 = 0.95$; $P_2 = 0.93$; $P_3 = 0.97$]

Es. 3 Dati tre titoli con rendimento medio $\bar{r}_1 = 4\%$, $\bar{r}_2 = 5\%$, $\bar{r}_3 = 6\%$ e matrice di varianza/covarianza

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Stabilire se i 3 titoli sono efficienti.

Sol. Solo il terzo titolo è efficiente

Es. 4 Dati 3 titoli con rendimento medio $\bar{r}_1 = 4\%$, $\bar{r}_2 = 5\%$, $\bar{r}_3 = 7\%$ e matrice di varianza/covarianza

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Trovare il portafoglio efficiente con rendimento $\bar{r} = 6\%$.

Sol. $\omega_1 = 0.2631$; $\omega_2 = 0.1053$; $\omega_3 = 0.6316$.

Es. 5 Un mercato è composto da tre titoli rischiosi aventi rendimenti indipendenti. I rendimenti attesi sono rispettivamente $\bar{r}_1 = 1\%$, $\bar{r}_2 = 2\%$, $\bar{r}_3 = 1\%$ e le deviazioni standard $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 2$, $\sigma_3 = 2$. L'investimento di 150000 euro nel primo titolo e 50000 euro nel terzo titolo è efficiente?

Calcolare il rendimento atteso e la varianza del rendimento dell'investimento, rappresentando i valori nel piano media-deviazione standard assieme a quelli corrispondenti ai tre titoli rischiosi.

Sol. L'investimento non è efficiente; $\bar{r} = 1$ e $\sigma^2 = 0.8125$

Es. 6 In un mercato due titoli sono efficienti in media e varianza. Siano $\bar{r}_1 = 0.1$, $\bar{r}_2 = 0.2$ e $\sigma_1 = 0.4$, $\sigma_2 = 0.6$ i rispettivi rendimenti medi e deviazioni standard. I rendimenti dei due titoli sono incorrelati. Calcolare il rendimento atteso R del portafoglio efficiente a varianza minima.

Sol. $R = 0.130768$

Es. 7 Risolvere il problema di Markowitz nel caso di tre titoli con rendimento medio $\bar{r}_1 = 1$, $\bar{r}_2 = 2$, $\bar{r}_3 = 3$ e matrice varianza/covarianza

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Nel caso in cui $\bar{r} = 4$.

Es. 8 Un mercato è composto da tre titoli i cui tassi di rendimento sono indipendenti. I rendimenti attesi sono $\bar{r}_1 = 10\%$, $\bar{r}_2 = 10\%$, $\bar{r}_3 = 20\%$ e deviazioni standard $\sigma_1 = 10\%$, $\sigma_2 = 20\%$, $\sigma_3 = 30\%$. Dire se qualcuno tra i tre titoli è efficiente in media e varianza.

Sol. Solo il terzo titolo è efficiente.