ESERCITAZIONE 2 - MICROECONOMIA

Corso di Laurea in Scienze dell'Amministrazione e delle Relazioni Internazionali

Erminia Florio

erminia.florio@uniroma2.it

LE FUNZIONI

- Una funzione è una legge che associa ad ogni elemento di un insieme detto dominio uno ed un solo elemento di un altro insieme (codominio): $\mathrm{Y} = f(x)$.
- Le funzioni ad una variabile si rappresentano nel piano cartesiano, costruito con un asse orizzontale (asse delle x, ascisse) e un asse verticale (asse delle y, ordinate).
- La funzione si disegna come l'insieme dei punti del piano cartesiano che rappresentano combinazioni di x e di y, individuate secondo la relazione espressa dalla funzione stessa.

LE DERIVATE

- La derivata prima di una funzione $f(x)$ in un punto di ascissa x_0, $f'(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}$, indica il coefficiente angolare (e dunque la pendenza) della retta tangente alla funzione $f(x)$ in x_0. La derivata prima di una funzione indica l'impatto sulla variabile output y di una unità aggiuntiva della variabile input x.
- Calcolare la derivata di una funzione è di fondamentale importanza dal momento che ci consente di comprendere quale sia l'andamento della funzione stessa:

1. Se la derivata è minore di zero, significa che la funzione è decrescente (vale a dire, va verso il basso);
2. Se la derivata è maggiore di zero, significa che la funzione è crescente (vale a dire, va verso l'alto);
3. Se la derivata è pari a zero, significa che la funzione è né crescente né decrescente: è caratterizzata da un punto stazionario e la retta tangente alla funzione è orizzontale.

Funzione	Derivata prima
$f(x) = k$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = 0$
$f(x) = x$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = 1$
$f(x) = kh(x)$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = k\frac{\partial h(x)}{\partial x}$
$f(x) = kx$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = k$
$f(x) = x^n$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = nx^{n-1}$
$f(x) = g(h(x))$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{\partial g(x)}{\partial x}\frac{\partial g(h(x))}{\partial x}$
$f(x) = \ln(x)$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{1}{x}$
$f(x) = \log(x)$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{1}{x\ln(a)}$
$f(x) = e^x$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = e^x$
$f(x) = a^x$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = a^x\ln(a)$
$f(x) = h(x) + g(x)$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{\partial h(x)}{\partial x} + \frac{\partial g(x)}{\partial x}$
$f(x) = h(x)g(x)$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{\partial h(x)}{\partial x}g(x) + \frac{\partial g(x)}{\partial x}h(x)$
$f(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$	$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = \frac{\frac{\partial h(x)}{\partial x}g(x) + \frac{\partial g(x)}{\partial x}h(x)}{[g(x)]^2}$

LA DERIVATA SECONDA

- La derivata seconda di una funzione $f(x), f''(x) = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial^2 x}$, si calcola come la derivata della derivata prima $\frac{\partial f(x)}{\partial x}$.
- La derivata seconda è utile dal momento che indica se la funzione sia concava o convessa: una funzione concava è caratterizzata da una derivata seconda negativa, mentre una funzione convessa ha derivata seconda positiva.
- Studiare la derivata seconda di una funzione è utile per minimizzare o massimizzare la funzione stessa. In particolare, una funzione ha un punto di minimo (massimo), cioè un punto tale che non ci sono valori più bassi (alti) della y quando:

1. La derivata prima è pari a zero (il punto è stazionario)
2. La derivata seconda è positiva (negativa), cioè la funzione è convessa (concava)

LE FUNZIONI A DUE VARIABILI

- Le funzioni a due variabili si esprimono nella forma $Z = f(X,Y)$, dipendono da due variabili (X e Y) e si rappresentano nello spazio individuato da tre assi (X,Y,Z).
- Data una funzione $Z = f(X,Y)$, una curva di livello, costruita sul piano $X - Y$, è l'insieme dei punti che rappresentano combinazioni di X e Y associate dalla funzione ad un medesimo livello di Z.

LE DERIVATE PARZIALI

Data la funzione $Z = f(X, Y)$, è possibile calcolare due derivate parziali:

- La derivata parziale di Z rispetto a X, $\frac{\partial f(X,Y)}{\partial X}$, indica la variazione subita dalla Z in corrispondenza di una variazione infinitesimale della variabile X, tenendo costante la Y.
- La derivata parziale di Z rispetto a Y, $\frac{\partial f(X,Y)}{\partial Y}$, indica la variazione subita dalla Z in corrispondenza di una variazione infinitesimale della variabile Y, tenendo costante la X.

LE DERIVATE PARZIALI

Per calcolare la derivata parziale di una funzione $Z = f(X, Y)$ rispetto a X, si deriva la funzione Z considerando X come una variabile e Y come una costante. Per calcolare la derivata parziale rispetto a Y, si considera Y come una variabile e X come una costante.