



Il lungo periodo

L'impresa (price-taker)

Costi unitari in euro dei 2 fattori L e K sono **dati** (w° , r°) (perché l'impresa è assunta price-taker). Il costo totale (non necessariamente minimo) è pari a ?

$$(w^\circ L + r^\circ K)$$

Chiameremo **curva di isocosto** quel luogo di combinazioni di tecniche produttive fattore lavoro-fattore capitale tutte caratterizzate da uno **stesso costo** per l'imprenditore.

Quindi:

$$CT^0 = w^\circ L + r^\circ K$$

rappresenta il luogo delle combinazioni lavoro-capitale che hanno lo stesso costo totale CT^0 euro.
Possiamo riscrivere tale curva come:

Pendenza
isocosto?

$$K = \frac{CT^0}{r^\circ} - \left(\frac{w^\circ}{r^\circ} \right) \times L$$

Decrescente? Perché?



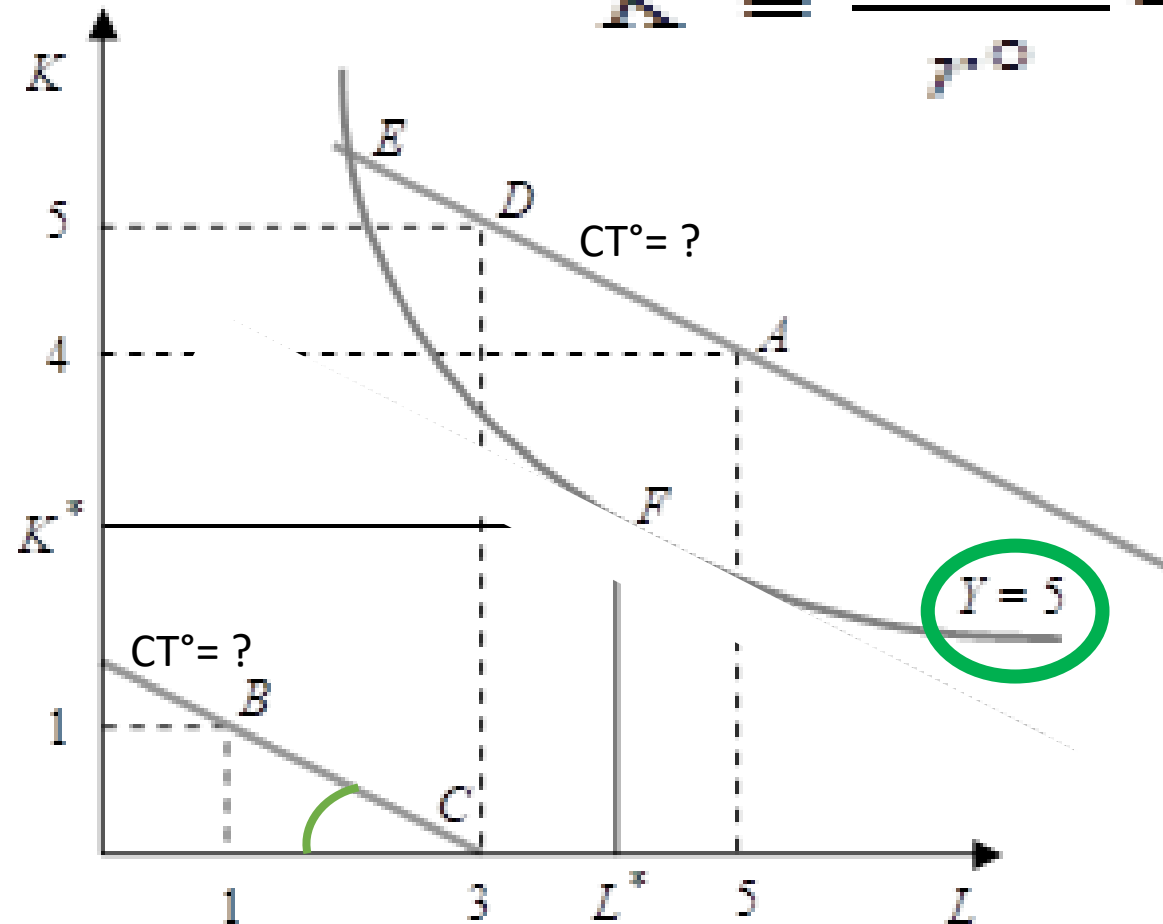
L'isocosto

$$K = \frac{CT^0}{r^0} - \left(\frac{w^0}{r^0} \right) \times L$$

$w^0 = 2000 \text{ €}$

$r^0 = 4000 \text{ €}$

Pendenza
isocosto =
 $-w^0/r^0$



Riesco a produrre 5
spendendo 6000
euro?

E spendendo 26.000
euro?

E D costa di più di E?

E cosa sceglierò come
tecnica
**economicamente
efficiente?**



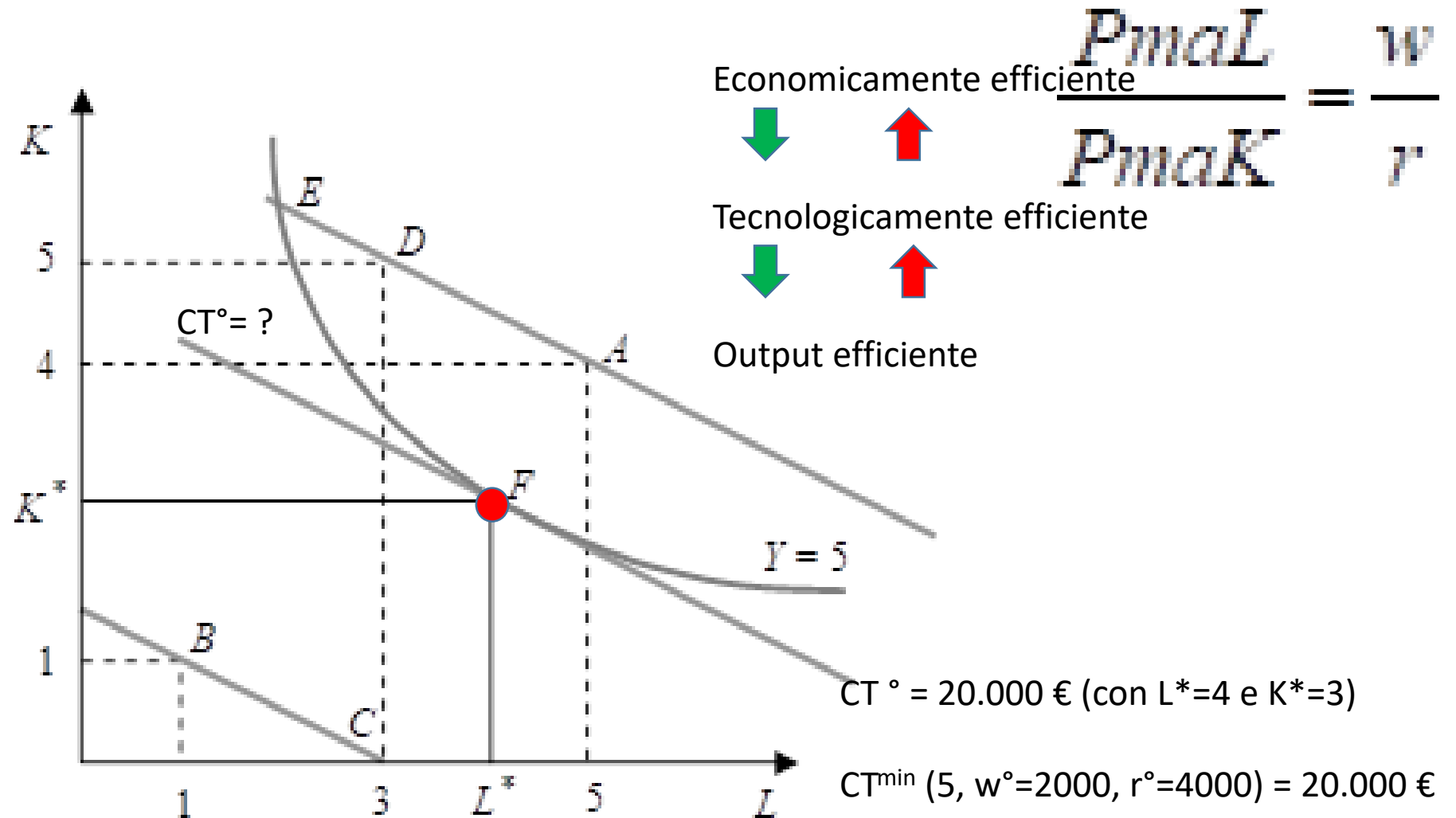
La tecnica prescelta, economicamente efficiente

$$w^{\circ} = 2000 \text{ €}$$

$$r^{\circ} = 4000 \text{ €}$$

$$L^* = 4$$

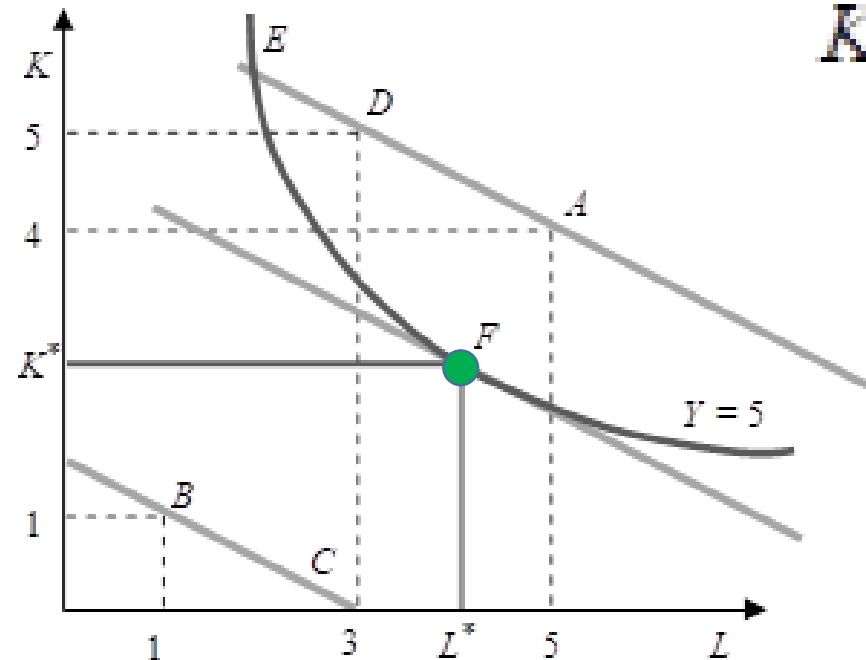
$$K^* = 3$$





Lungo periodo: i costi

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{f^L}{f^K} = -\frac{P_{maL}}{P_{maK}}$$



$$K = \frac{CT^0}{r^0} - \left(\frac{w^0}{r^0} \right) \times L$$

E se così non fosse? Esempio

(w^0/r^0) è pari a $1/2$
(per esempio $w = 2\text{€}$ ed $r = 4\text{€}$ per unità di utilizzo).

Mentre la produttività del lavoro è due volte superiore a quella del capitale: $P_{maL} = 2$ e $P_{maK} = 1$.

Dunque $(w^0/r^0) < (P_{maL}/P_{maK})$

+ 1 L e - 2 K? Che succede a output?
E ai costi? Li stavamo minimizzando?

$$\frac{P_{maL}}{P_{maK}} = \frac{w}{r}$$

$$\frac{P_{maL}}{w} = \frac{P_{maK}}{r}$$

Funzioni di costo BP e LP

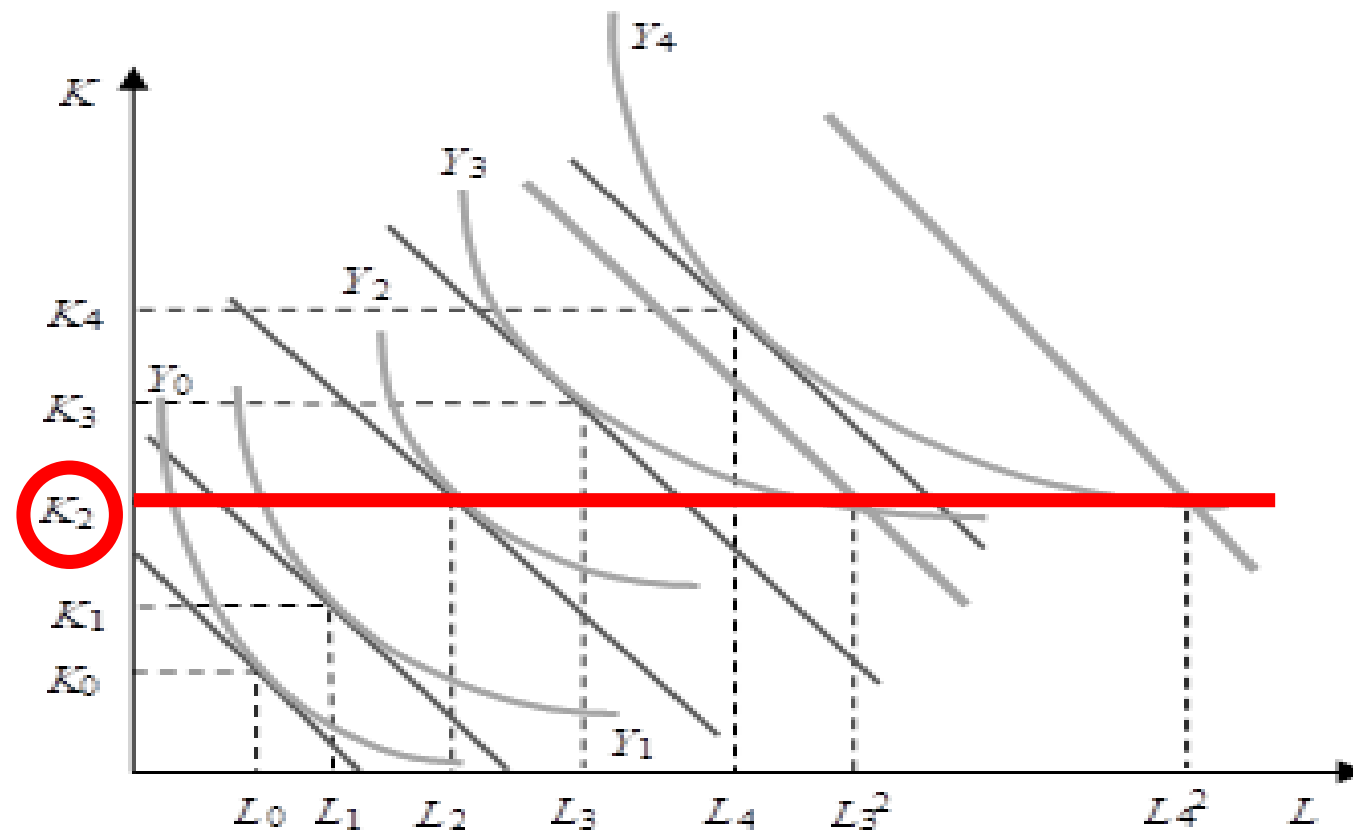


Funzioni di costo BP





BP: Input fisso



$$K \leq K_2$$

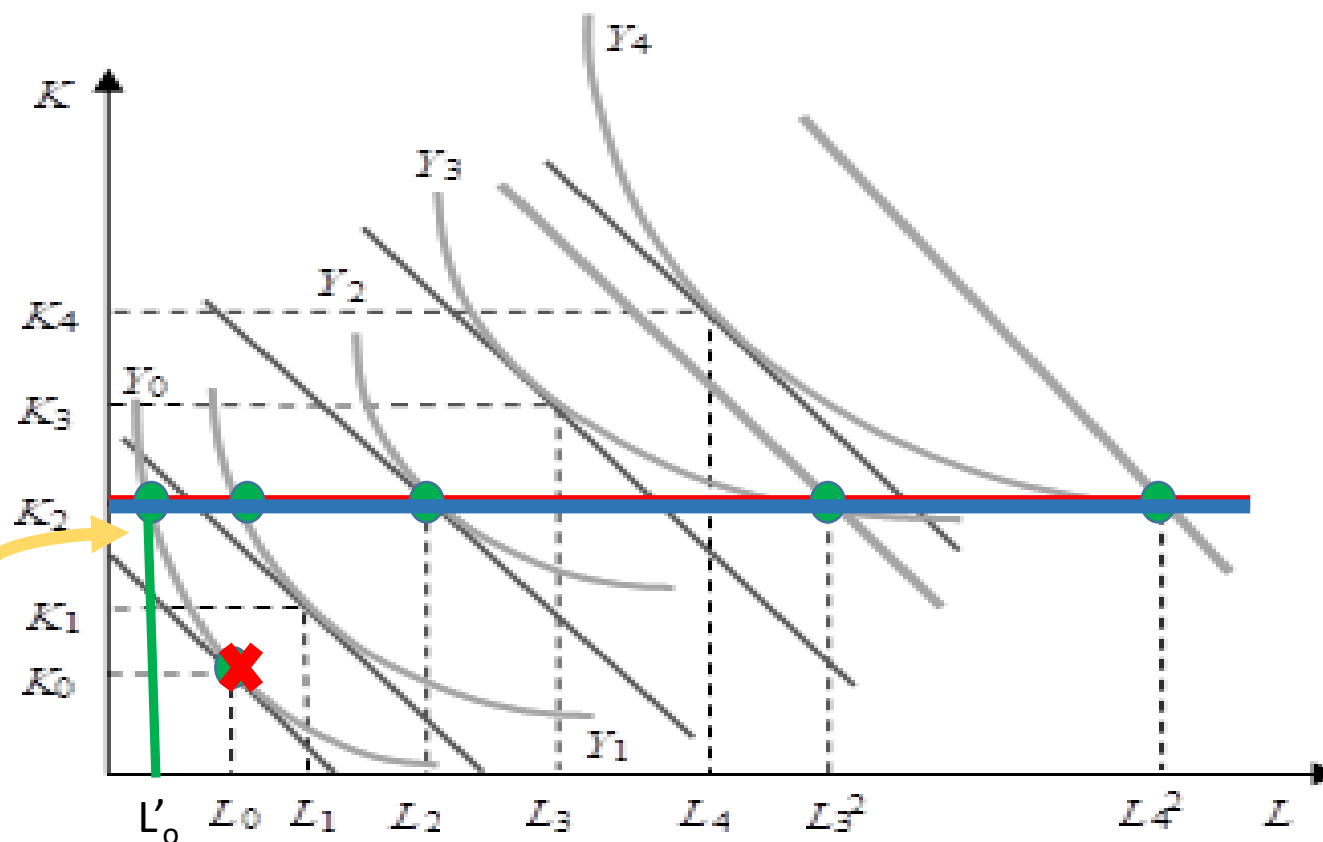
Input fisso costi irrecuperabili, il sentiero di espansione della tecnologia? (No subaffitto)

Notate come i costi totali minimi dipendano da:

$Y, w^{\circ}, R^{\circ}K_2$

$CT^{\min} = CT(Y, w^{\circ}, r^{\circ}, K_2)$

$w^{\circ}L'_0 + r^{\circ}K_2 = CT(Y^{\circ})$





Input fisso costi Irrecuperabili = Costo Fisso

Costi variabili dipendono da?

Fattore lavoro.

Da w° certamente, ma anche da?

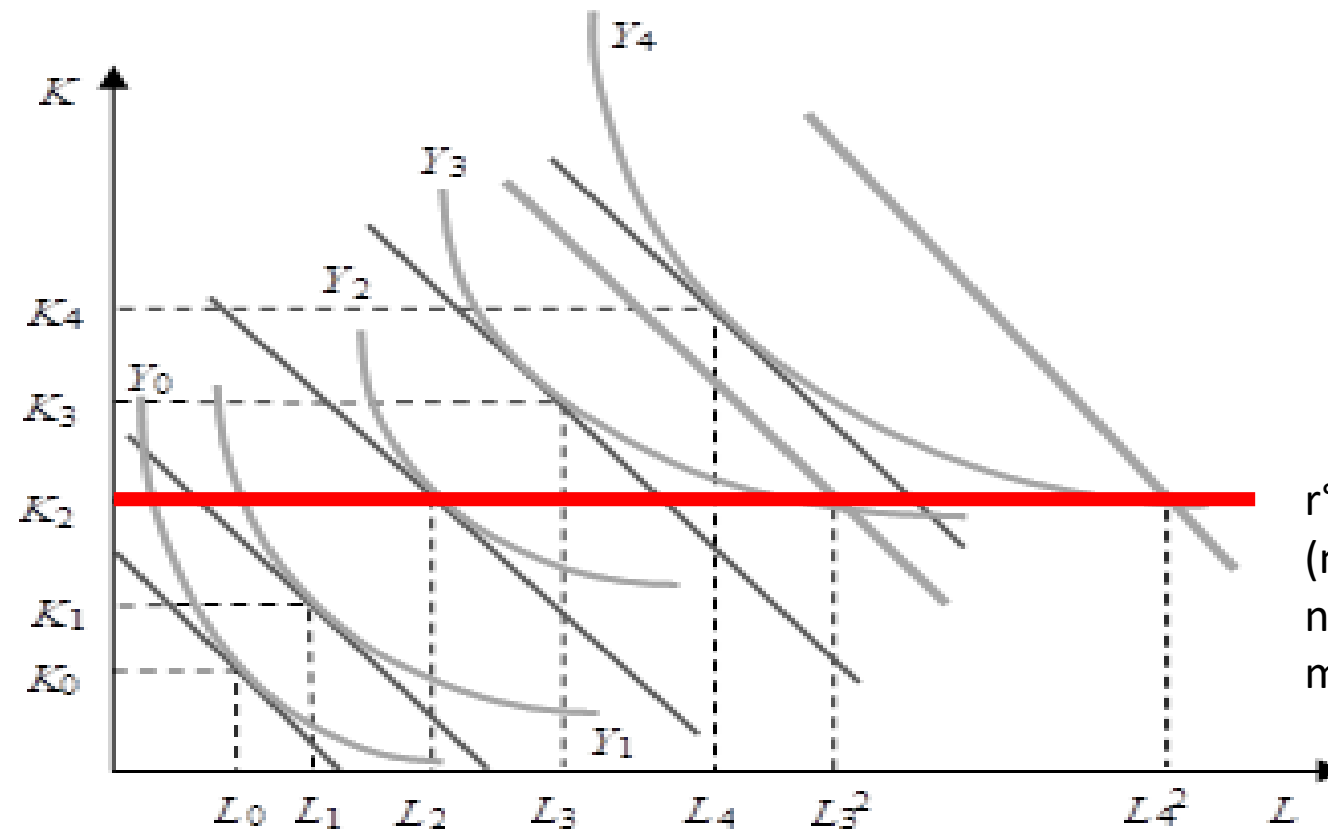
Bravura del lavoro.

Notate come i costi totali minimi dipendano quindi da:

$Y, w^\circ, R^\circ K_2$

$CT^{\min} = CT(Y, w^\circ, r^\circ, K_2, \mathbf{T}^\circ)$

La tecnologia!



$r^\circ K_2 = CF$
(non è costo opportunità,
non va nei profitti economici,
ma in quelli contabili)

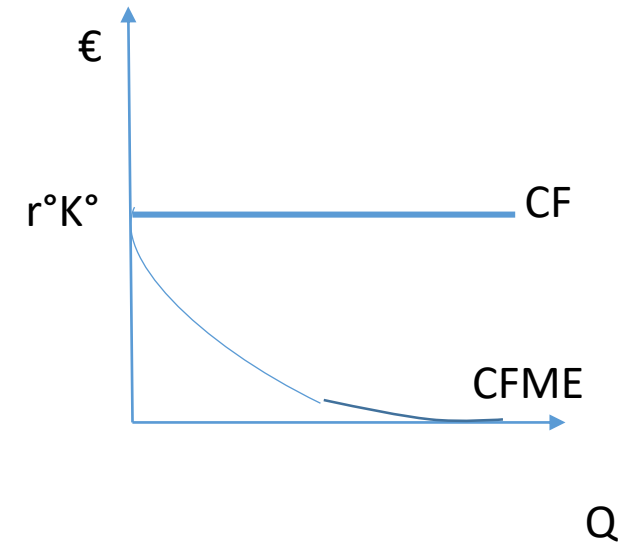
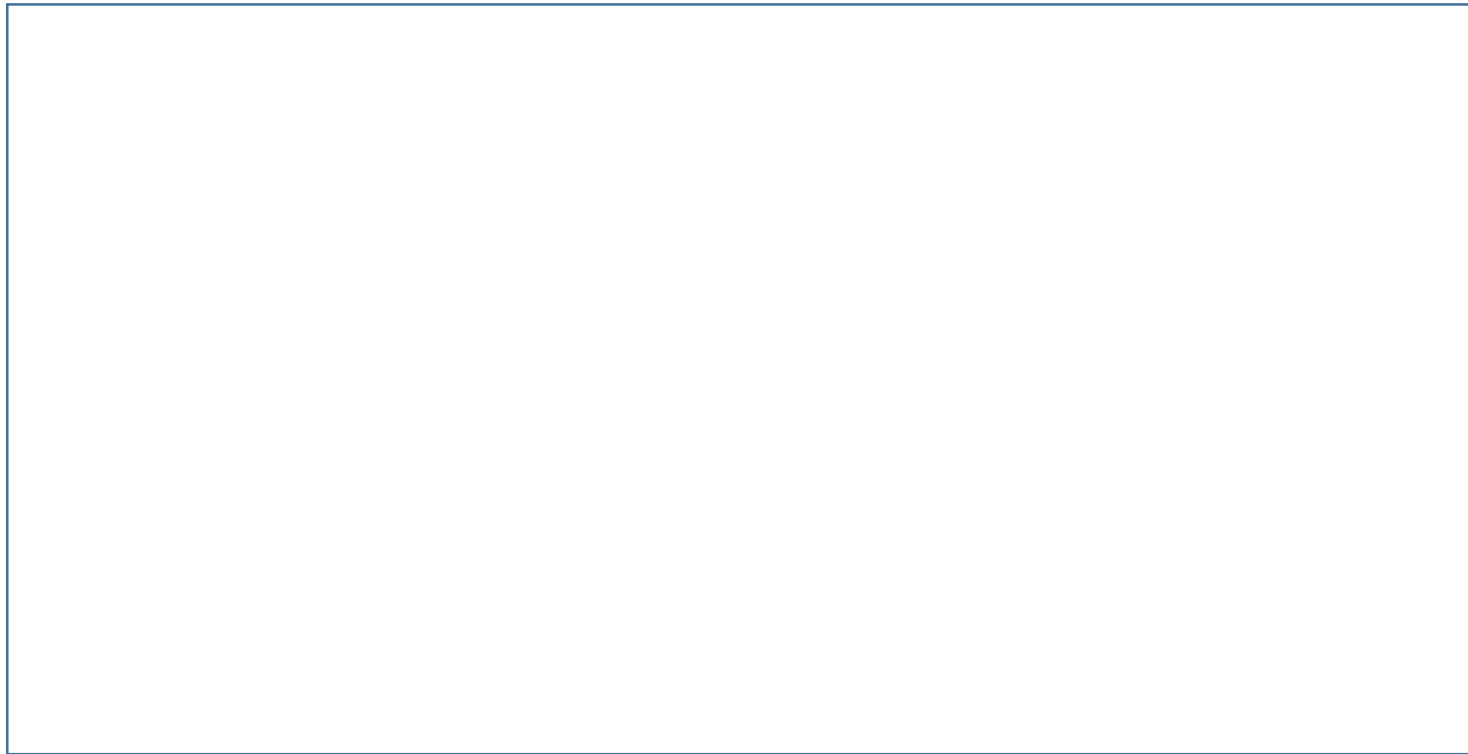


Funzioni dei costi di **breve periodo** con $K=K^\circ$ ed L input variabile

CTME (Q) =
CT(Q)/Q

$$CT(Q(L, K^\circ), w_0, r_0, K_0) = CF + CV(Q, w_0) = r_0 K_0 + CV(Q, w_0)$$

$$CTME(Q, w_0, r_0) = \frac{r_0 K_0}{Q} + \frac{CV(Q, w_0)}{Q} = CFME(Q, r_0) + CVME(Q, w_0)$$





PS: Profitti di breve periodo?

CTME (Q) =
CT(Q)/Q

$$CT(Q(L, K^0), w_0, r_0, K_0) = CF + CV(Q, w_0) = r_0 K_0 + CV(Q, w_0)$$

$$CTME(Q, w_0, r_0) = \frac{r_0 K_0}{Q} + \frac{CV(Q, w_0)}{Q} = CFME(Q, r_0) + CVME(Q, w_0)$$

PS: ma i
profitti
economici?

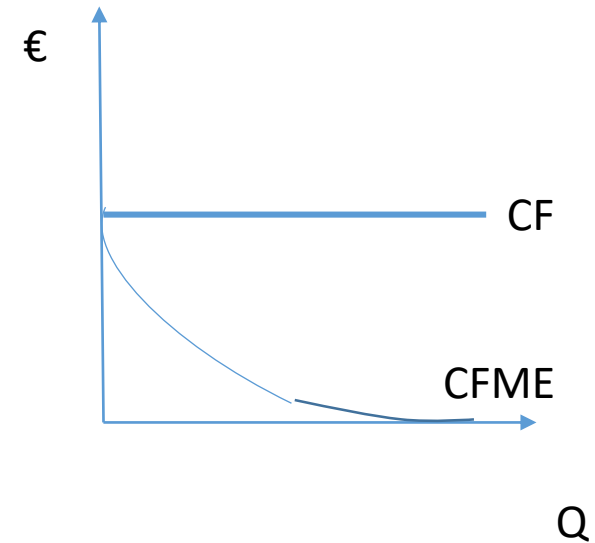
$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = RT(Q) - CT(Q, w_0, r_0, K_0) = p(Q) Q - Q CTME(Q, w_0, r_0, K_0)$$

$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = (p(Q) - CTME(Q, w_0, r_0, K_0)) Q$$

$$\Pi^E(Q) = p(Q) Q - \text{CV}(Q, w^0)$$

$$\Pi^E(Q) = p(Q) Q - \text{CVME}(Q, w^0) Q$$

$$\Pi^E(Q) = [p(Q) - \text{CVME}(Q, w^0)] Q$$



$$\text{CVME}(Q, w^0) = CV(Q, w^0)/Q$$



Funzioni dei costi di breve periodo

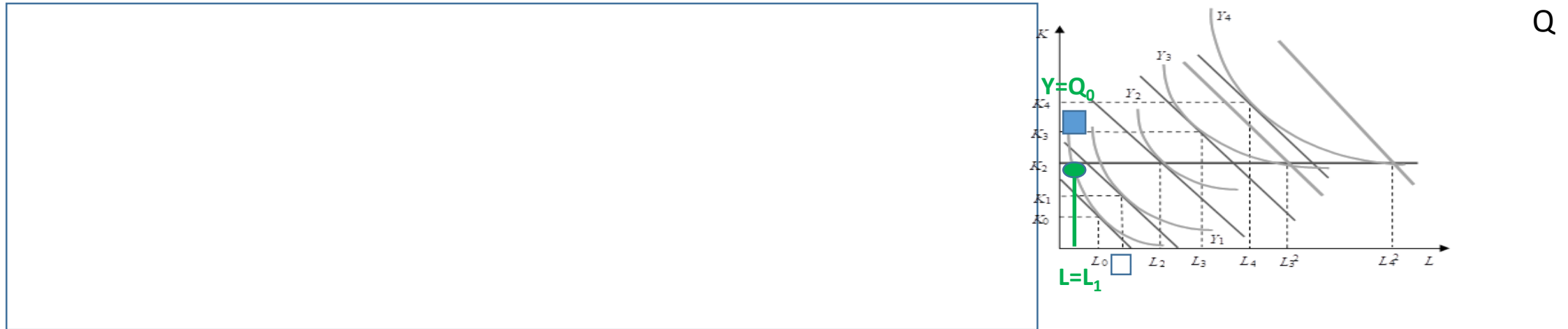
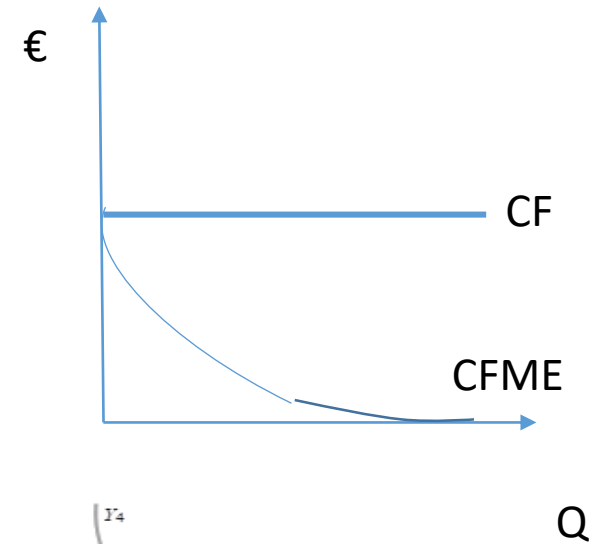
$$\text{CVME}(Q, w^\circ) = CV(Q, w^\circ)/Q$$

$$\Pi^E(Q) = [p(Q) - \text{CVME}(Q, w^\circ)]Q$$

Esempio: $Q=Q_0$; $CV(Q_0)$?

$$CV(Q_0; w^\circ) = w^\circ L_1$$

L_1 ?





Funzioni dei costi di breve periodo

$$CT(Q(L, K^0), w_0, r_0, K_0) = CF + CV(Q, w_0) = r_0 K_0 + CV(Q, w_0)$$

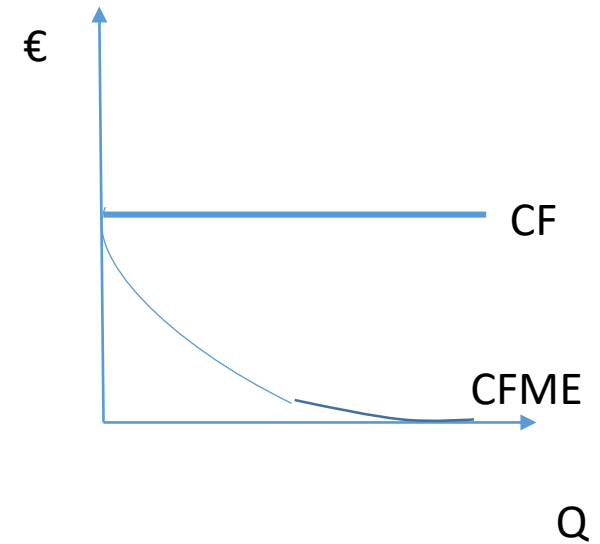
$$CTME(Q, w_0, r_0) = \frac{r_0 K_0}{Q} + \frac{CV(Q, w_0)}{Q} = CFME(Q, r_0) + CVME(Q, w_0)$$

$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = RT(Q) - CT(Q, w_0, r_0, K_0) = p(Q) Q - Q CTME(Q, w_0, r_0, K_0)$$

$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = (p(Q) - CTME(Q, w_0, r_0, K_0)) Q$$

$$CV(Q^0, w_0) = w_0 L_1$$

$$CTME(Q^0, w_0, r_0) = \frac{r_0 K_0}{Q^0} + \frac{w_0 L_1}{Q^0}$$





$$\text{CVME}(Q, w^\circ) = CV(Q, w^\circ)/Q = w^\circ L(Q)/Q$$

?

La **bravura** (media) dei lavoratori $(Q/L) = \text{PMEL}(L)?$

$$Q = L \times \text{PMEL}(L)$$



Funzioni dei costi di breve periodo

$$CT(Q(L, K^0), w_0, r_0, K_0) = CF + CV(Q, w_0) = r_0 K_0 + CV(Q, w_0)$$

$$CTME(Q, w_0, r_0) = \frac{r_0 K_0}{Q} + \frac{CV(Q, w_0)}{Q} = CFME(Q, r_0) + CVME(Q, w_0)$$

$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = RT(Q) - CT(Q, w_0, r_0, K_0) = p(Q) Q - Q CTME(Q, w_0, r_0, K_0)$$

$$\Pi(Q, w_0, r_0, K_0) = (p(Q) - CTME(Q, w_0, r_0, K_0)) Q$$

Quel tavolo così
importante da trovarlo
ovunque da decenni....

$$\Pi^E(Q) = [p(Q) - \text{CVME}(Q, w^0)] Q$$

$$\text{CVME}(Q, w^0) = CV(Q, w^0) / Q = w^0 L(Q) / Q$$

$$PMEL(L, K_0) = \frac{Q(L, K_0)}{L}$$

La **bravura** dei lavoratori $(Q/L) = PMEL(L)$
 $Q = L \times PMEL(L)$

$$CVME(Q(L, K_0), w_0) = \frac{w_0 L}{Q(L, K_0)} = \frac{w_0 \times L}{L \times PMEL(L, K_0)} = \frac{w_0}{PMEL(L, K_0)}$$





Costi variabili medi e profitti economici unitari

L	wL	Q	PME*	CVME wL/Q= w/PME	PQ	Mark-up (P-CVME)	Profitti economici (P-CVME)Q
P = 5€ w= 10€							
1	10 €	2	2	5	10€	5-5	0
2	20 €	5	2,5	4	25€	5-4	1x5 €
3	30 €	15	5	2	75€	5-2	3x15 € = 45
4	40€	16	4	2,5	80€	5-2,5	2,5x16 € =40

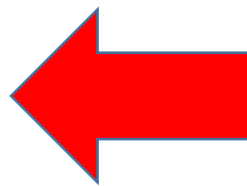
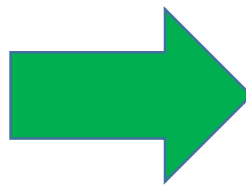
*La **bravura** (media) dei lavoratori $(Q/L) = PMEL (L, K^o)$

Occidente? «Un dato prezzo (internazionale?), dati i salari, può solo essere sostenuto con PME (CVME) tale che i profitti economici siano positivi»

O...

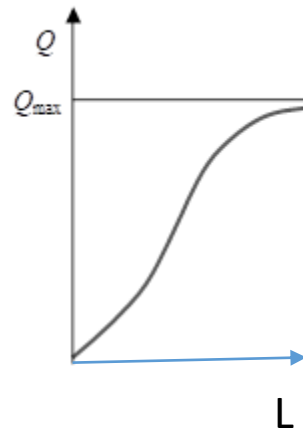
Oriente? «Una data strategia aggressiva di «prezzo basso» per eliminare i concorrenti può solo essere sostenuta con CVME (PME alta o salari bassi) tali da generare profitti economici positivi»

Chi ha bisogno di chi?

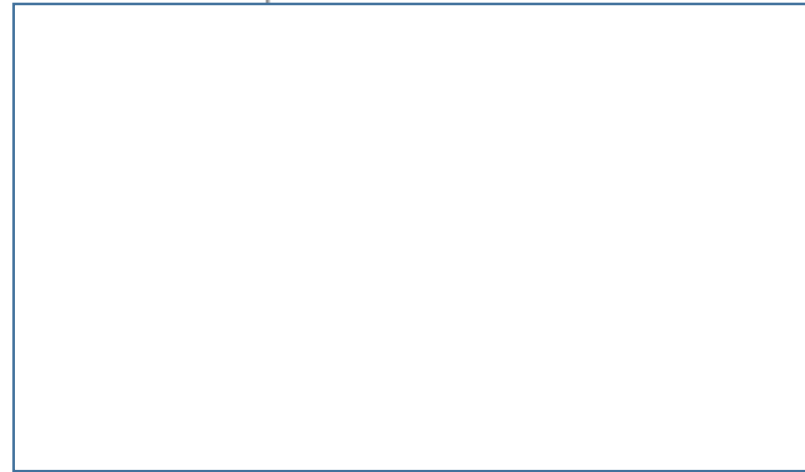




La funzione dei costi di breve periodo: il ruolo della tecnologia

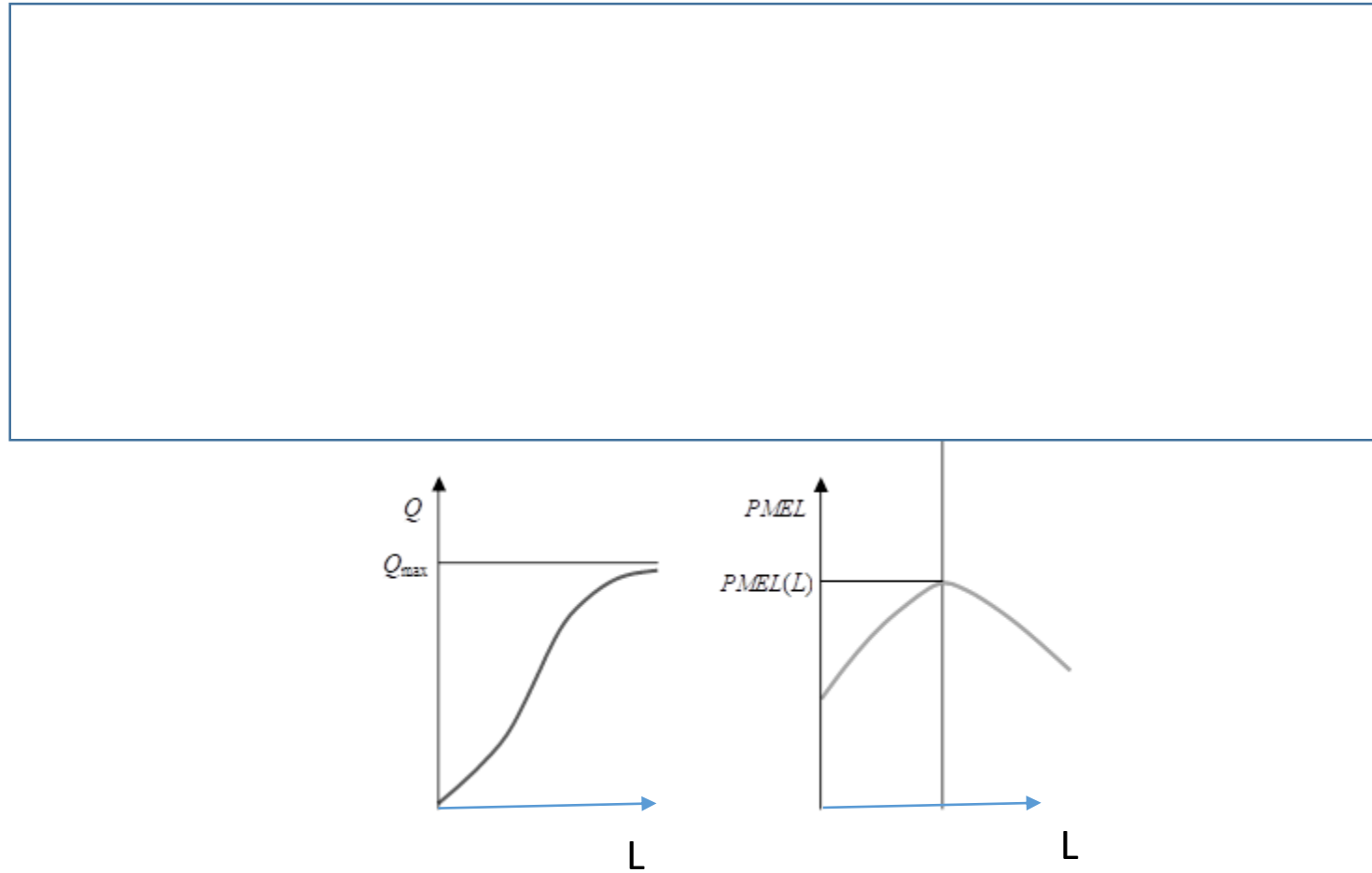


$$Q = f(L, K^\circ)$$





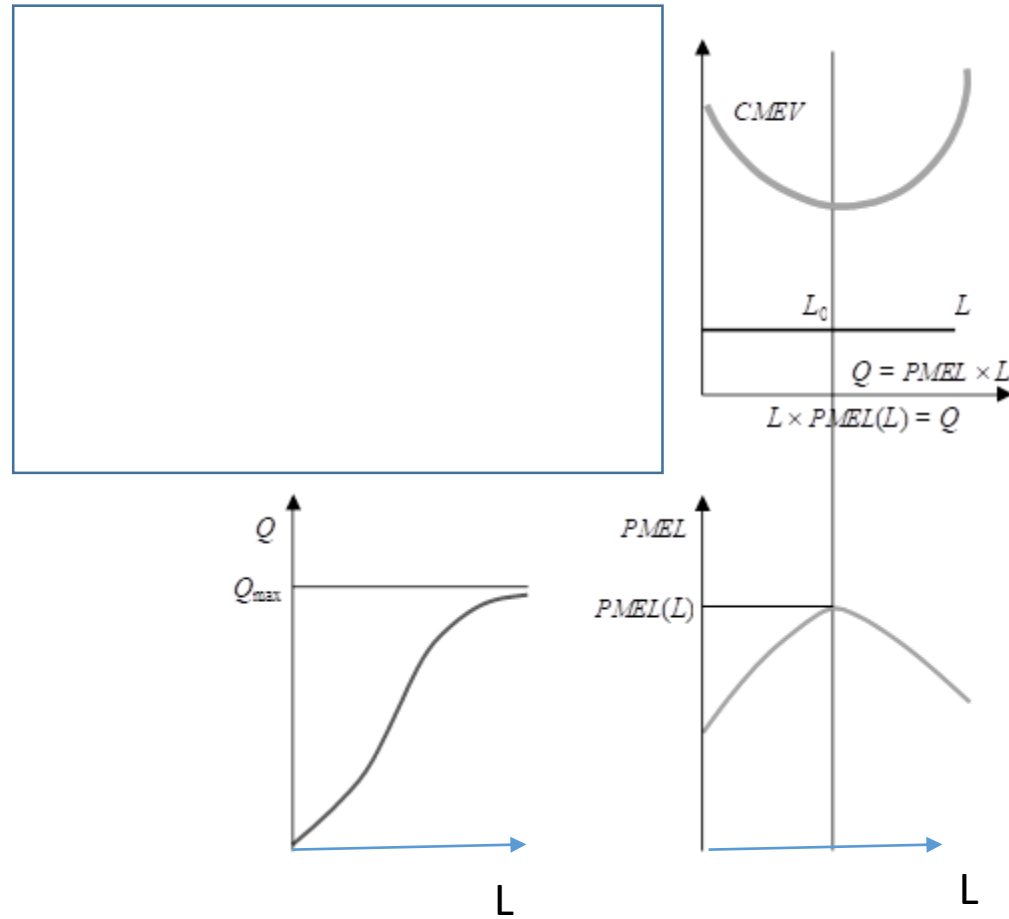
La funzione dei costi di breve periodo



$$CVME (Q(L,K^{\circ}),w^{\circ}) = w^{\circ}/PMEL (L,K^{\circ})$$



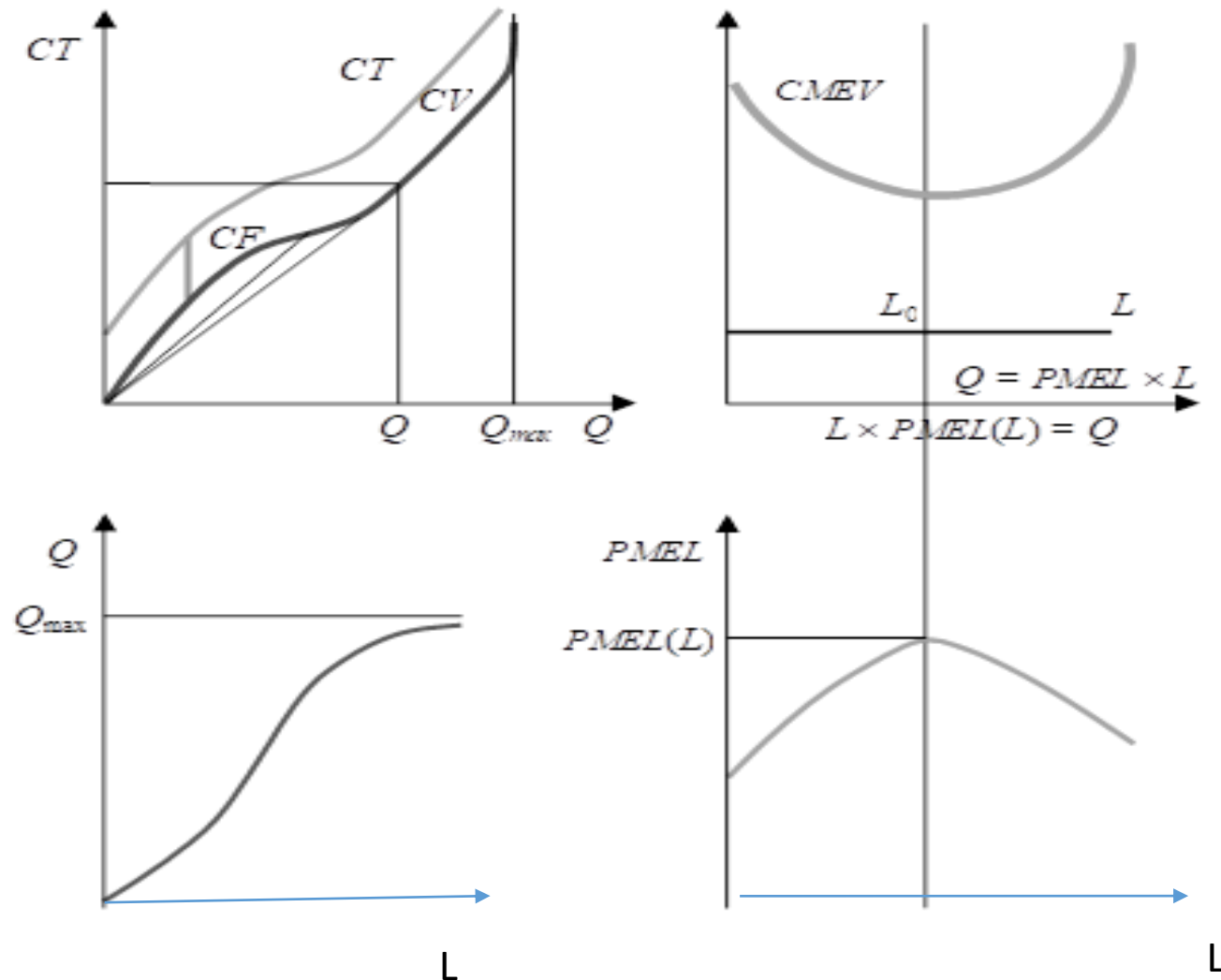
La funzione dei costi di breve periodo



$$CVME(Q(L, K^0), w^0) = w^0 / PMEL(L, K^0)$$



La funzione dei costi di breve periodo





Breve periodo: costi marginali e tecnologia

✗?

$$CMA(Q(L, K_0); w_0) \equiv \frac{\delta CT(Q(L, K_0); w_0)}{\delta Q} = \frac{\delta(w_0 L + r_0 K_0)}{\delta Q} =$$

$$= \frac{\delta(w_0 L)}{\delta Q} + \frac{\delta(r_0 K_0)}{\delta Q} = w_0 \frac{\delta L}{\delta Q} + 0 = w_0 \frac{1}{PML(Q, K_0)} = \frac{w_0}{PML(Q(L, K_0); K_0)}$$

$$CMA(1) = \frac{CT(1) - CT(0)}{1 - 0} = CF + CV(1) - CF - CV(0) = \frac{CV(1)}{1} = CVME \quad (1)$$



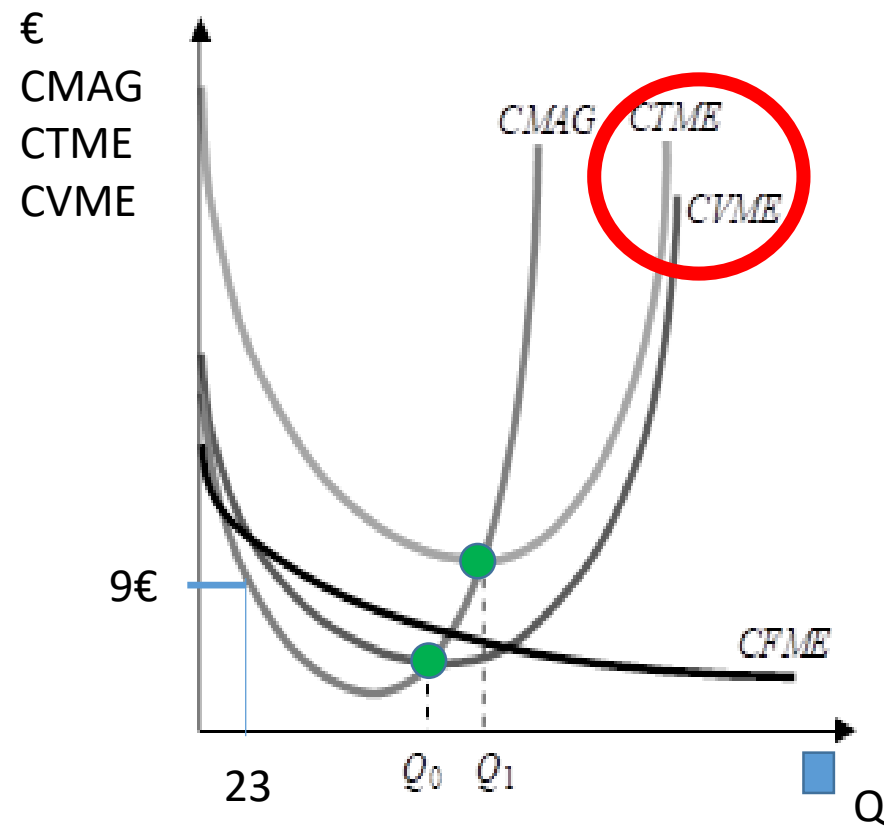
Marginale e medio, di nuovo

Se PML sale e poi scende, il Cmg scende e poi sale: e
i CVME?

Entrano in aula... (marginale)	Media?
1,80	1,80
1,70	1,75
1,60	1,70
1,50	1,65
1,60	1,63
1,63	1,63
1,70	1,66

Ora disegna le curve di costo marginale a partire da
quella del costo variabile medio e del costo totale
medio

Le funzioni di costo di breve periodo



Funzioni di costo

LP





Sentiero di espansione della tecnologia di LP

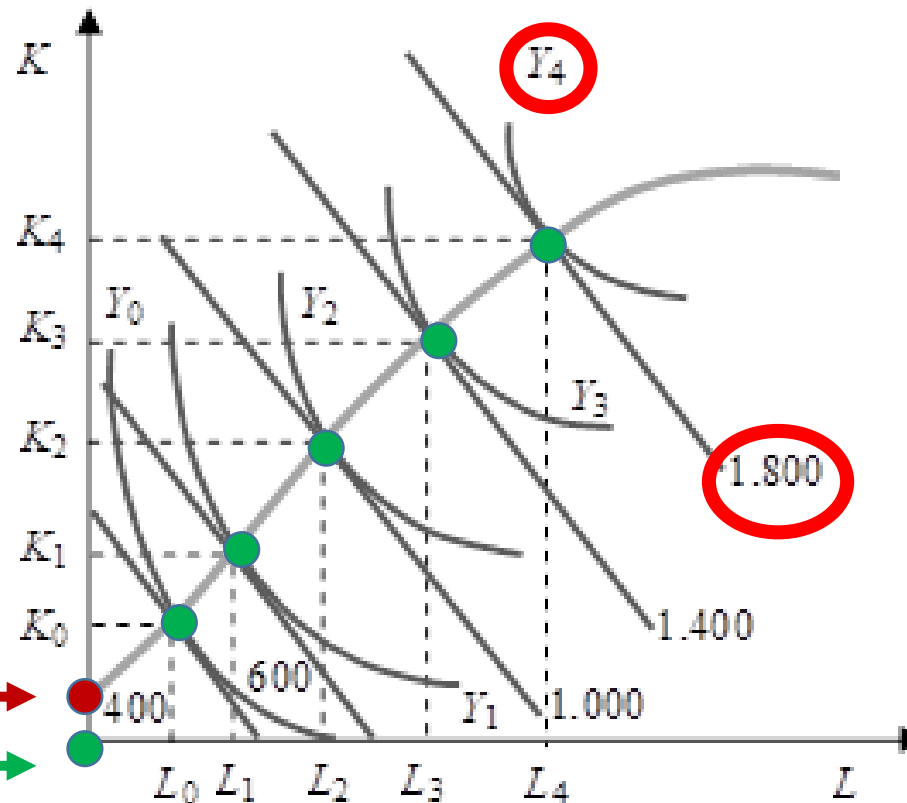
$$CT_{\min}^{LP}(Q(L,K); w^{\circ}; r^{\circ})$$



$$CT_{\min}^{LP}(Y_4; w^{\circ}; r^{\circ}) = 1800 \text{ €}$$

**ATTENZIONE ERRORE
NEL GRAFICO!**

**Il punto verde di origine
è quello corretto**



Anche qui, come nelle curve di costo di breve periodo, la tecnologia ovviamente influenzerà la funzione di costo di lungo periodo.

$$CT_{\min}^{LP}(Q(L,K); w^{\circ}; r^{\circ}; T^{\circ})$$

Come?



Il lungo termine, quando ... il marginale non si applica

Chiamiamo tecnologie con rendimenti di scala **costanti**, quelle tali che, se l'utilizzo di tutti i fattori di produzione (input) aumentasse di una identica proporzione, comporterebbe un aumento esattamente proporzionale della produzione (output).

Per esempio, quando al raddoppio simultaneo dell'uso del capitale e del lavoro, la produzione (massima) ottenuta raddoppia.

Essa denota – lo vedremo - un'abilità nel produrre che non è influenzata dalla dimensione della produzione (e quindi dell'azienda).

PS:

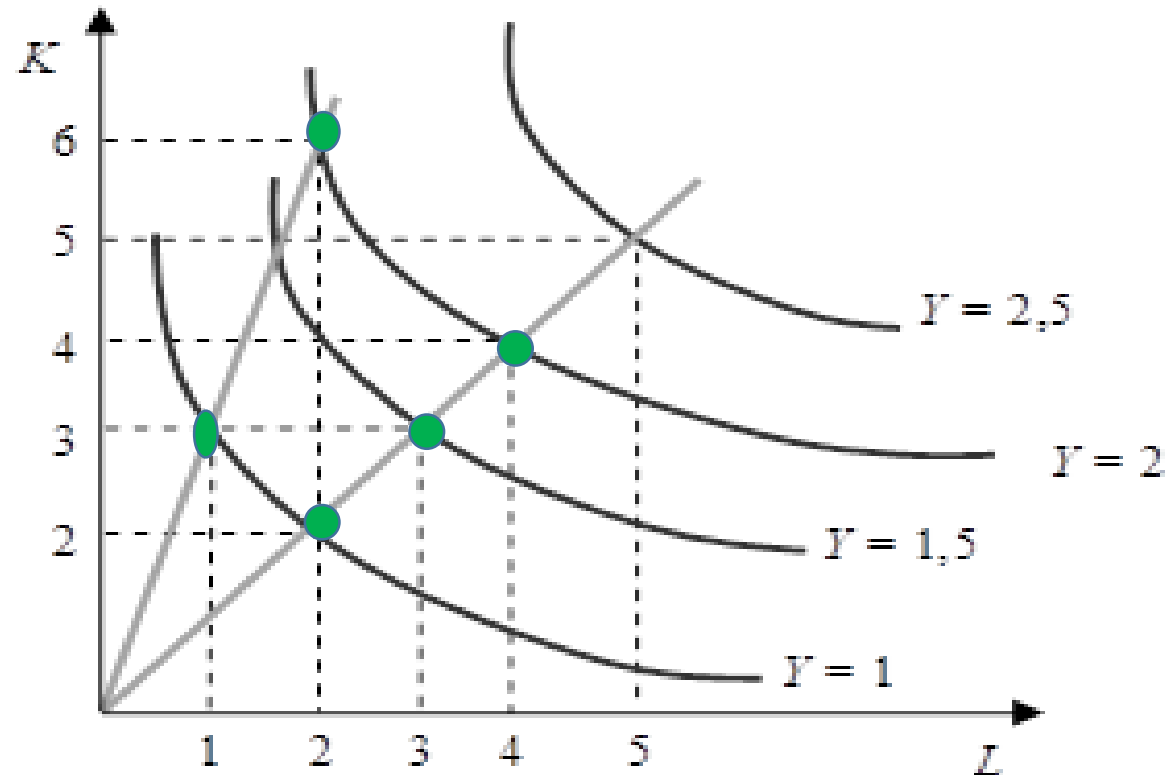
Produttività marginale... Varia un fattore tenendo fermo l'altro. Ottimo concetto di tecnologia per il BP (con 1 input fisso).

Ma nel lungo periodo, quando variano tutti i fattori?



La tecnologia e il lungo periodo: i rendimenti di scala

... costanti...



1 gelato?
1 h di L e 200g di
latte

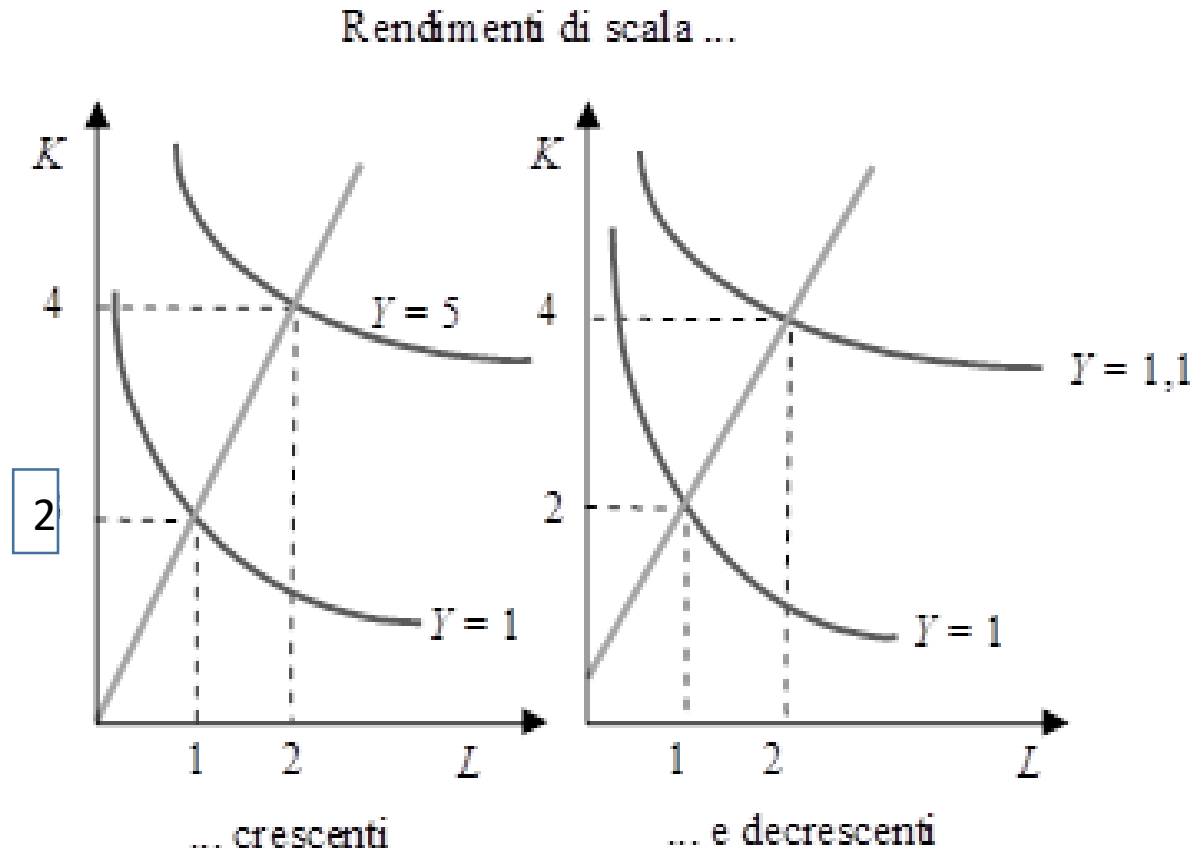
2 gelati?
2h di L e 400 g di
latte !

Sempre bravi
uguali,
indipendentemente
da quanto
cresciamo



Lungo periodo: i rendimenti di scala

Aziende che trasportano il petrolio attraverso gli oleodotti: poiché il diametro dell'oleodotto **raddoppia**, e con esso i materiali utilizzati per il trasporto del petrolio, la sezione dell'oleodotto si **quadruplica**, aumentando così più del doppio la quantità di petrolio trasportato: rendimenti di scala crescenti.



Gli «strani»
rendimenti di
scala
decrescenti:

1 gelato?
1 h di L e 200g di
latte

2 gelati?
3h di L e 600 g di
latte

Perché non
rimaniamo
almeno sempre
bravi uguali?

Gli
«affascinanti»
rendimenti di
scala crescenti:

1 gelato?
1 h di L e 200g di
latte

2 gelati?
1,5 h di L e 300 g
di latte

Cosa si «impara
facendo»?



Lungo periodo: costi e tecnologia

Funzione di produzione a rendimenti di scala costanti.

Ipotesi: per produrre una unità di bene, quando i costi dei fattori sono fissati e pari a (w^0, r^0) , il costo minimo è pari a **CT (1, w^0 , r^0)** a cui corrisponde l'uso della tecnica produttiva per 1 unità, **(K_1 , L_1)**, ottimale: $w^0 L_1 + r^0 K_1$ è dunque tale costo minimo.

Sappiamo che, raddoppiando la quantità prodotta a due unità di output, il modo più efficiente per produrla sarà quello di raddoppiare la quantità di fattori produttivi, ovvero utilizzare **$K_2 = 2K_1$ e $L_2 = 2L_1$** .

Notate dunque che il costo minimo per produrre la quantità 2, **CT (2, w^0 , r^0)**, sarà per forza pari al doppio del costo di produrre una unità di prodotto: $w^0 (2L_1) + r^0 (2K_1) = 2 \text{ CT}(1, w^0, r^0)$.

La cosa non cambierebbe se decidessimo di produrre **n** unità di prodotto quindi, data la particolare proprietà dei rendimenti di scala costanti, i costi totali sarebbero pari ad **n** volte i costi di produrre un'unità.



Considerando la definizione che abbiamo dato della funzione di costo medio, e cioè il rapporto tra costi totali minimi di produrre una determinata quantità e la quantità stessa, cerchiamo (in presenza di rendimenti di scala costanti) i costi medi:

$CME(Y, w^{\circ}, r^{\circ})$ e $CME(nY, w^{\circ}, r^{\circ})$?

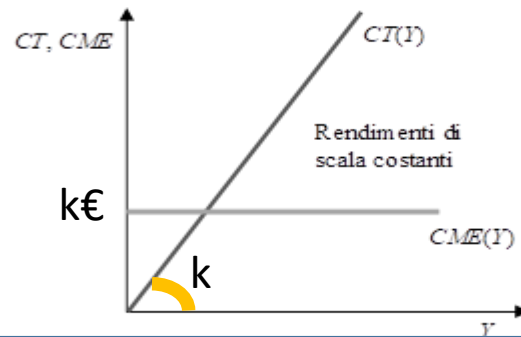
$$CME(w_0, r_0, Y) = \frac{CT(w_0, r_0, Y)}{Y}$$

$$CME(w_0, r_0, nY) = \frac{CT(w_0, r_0, nY)}{nY} = \frac{nCT(w_0, r_0, Y)}{nY}$$

$CME(Y, w^{\circ}, r^{\circ}) = CME(nY, w^{\circ}, r^{\circ}) = \mathbf{k}$ per qualsiasi $n \geq 0$

Lungo periodo: costi e costi medi

Rendimenti di scala costanti: la tecnologia denota un'abilità a produrre che non è influenzata dalla dimensione della produzione (e dell'azienda).

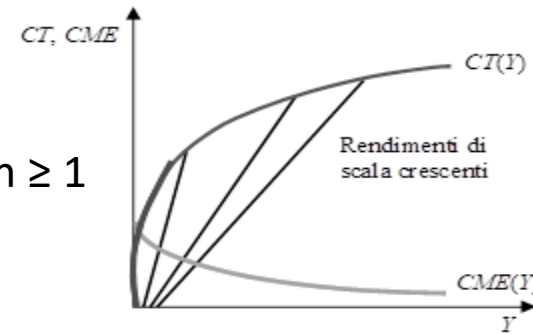
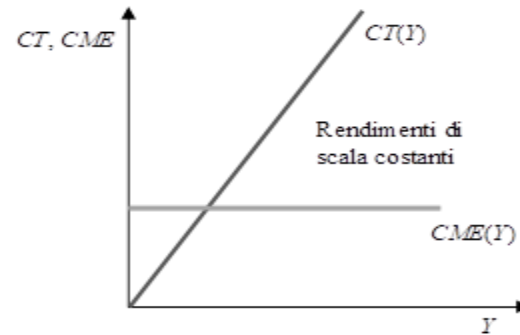


Lungo periodo: costi e costi medi

$$CME(w_0, r_0, Y) = \frac{CT(w_0, r_0, Y)}{Y}$$

$$CME(w_0, r_0, nY) = \frac{CT(w_0, r_0, nY)}{nY} = \frac{CT(w_0, r_0, Y)}{nY} \text{ (n-x)}$$

$CME(Y, w^\circ, r^\circ) > CME(nY, w^\circ, r^\circ)$ per qualsiasi $n \geq 1$
I RSCr generano economie di scala



Maggiori salari, minore turnover, minori costi medi, maggiori profitti, maggiori salari...



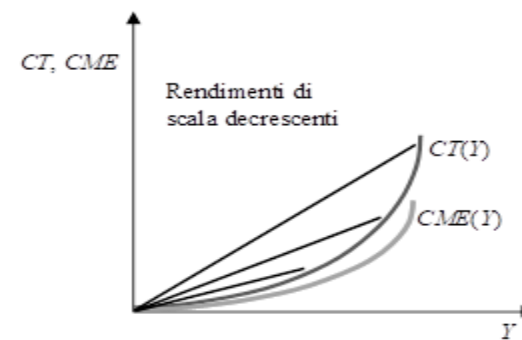
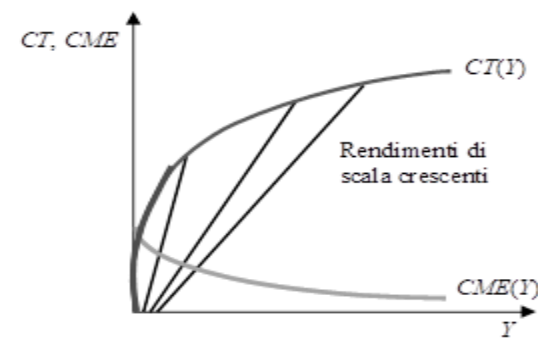
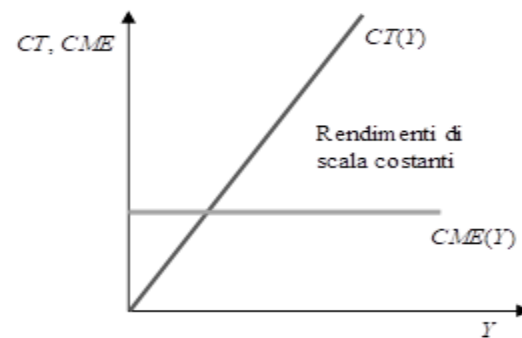
«Economie di scala»: il circolo virtuoso della crescita. Specializzazione e learning by doing.
Al crescere si diventa più competitivi.



$${}_L P \Pi^E(Q) = [p(Q) - \text{CME}(Q, r^\circ, w^\circ)]Q$$

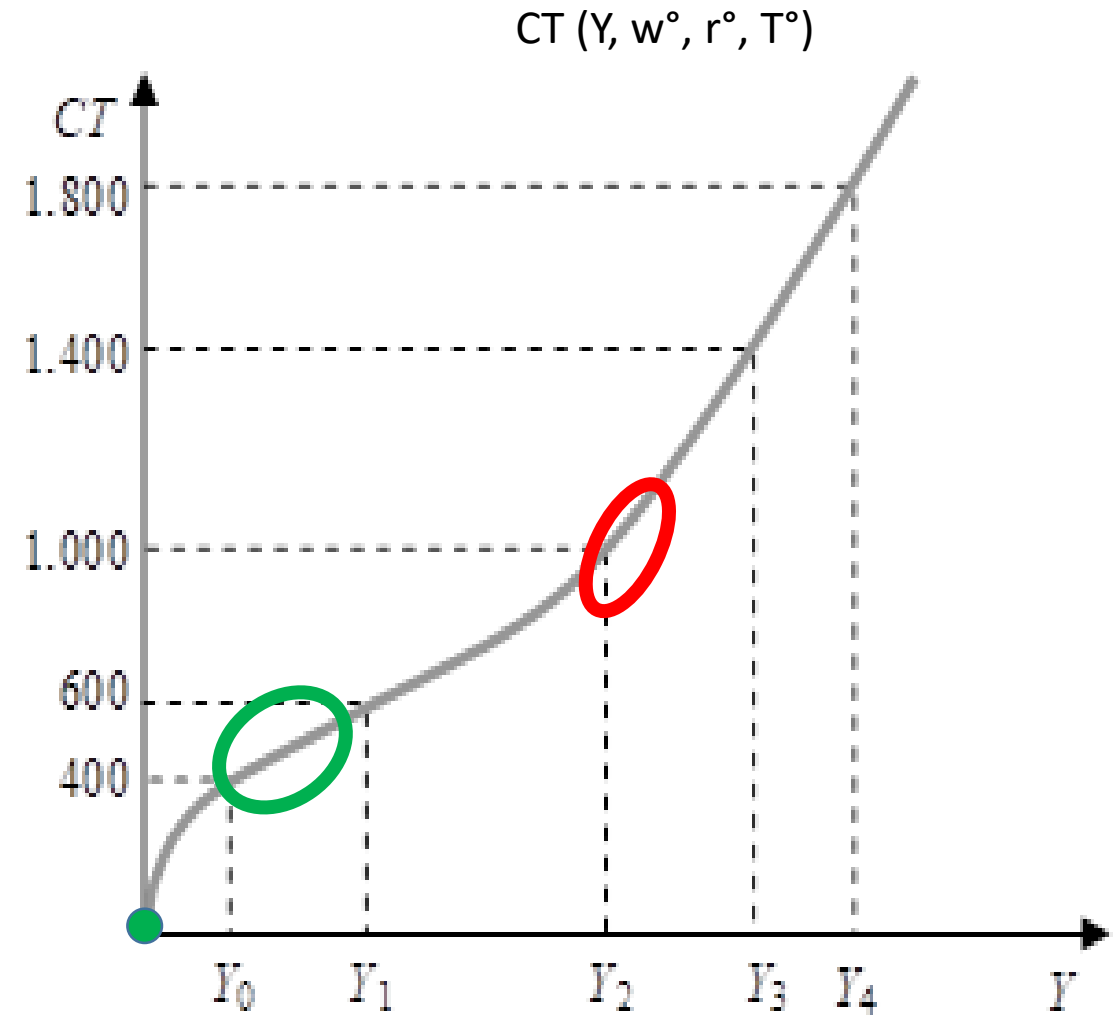
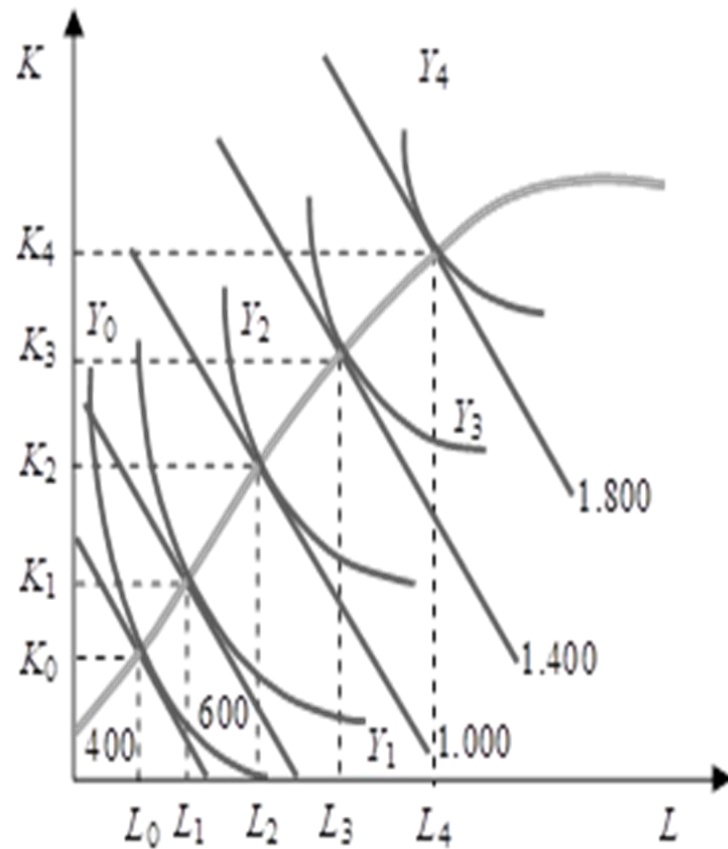


Lungo periodo: costi e costi medi





Lungo periodo: tecnologia e costi



Come si spostano le curve di costo?

Le curve di costo sono disegnate per una data tecnologia (funzione della produzione) e dati costi unitari dei fattori.

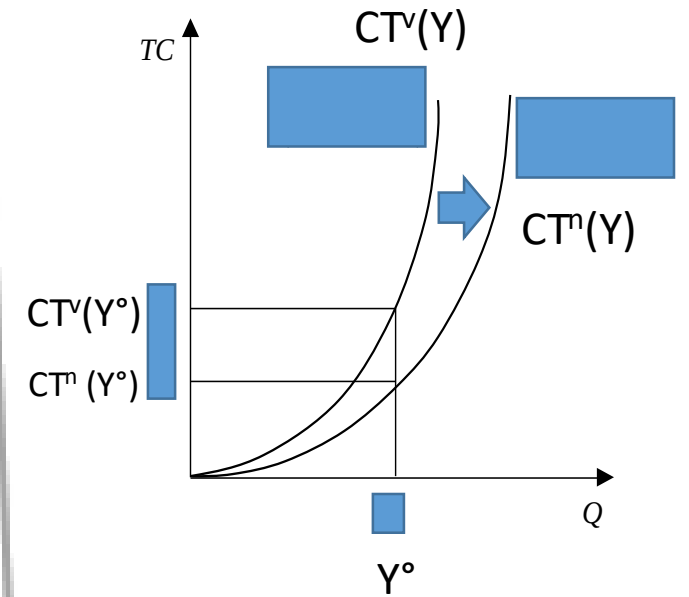
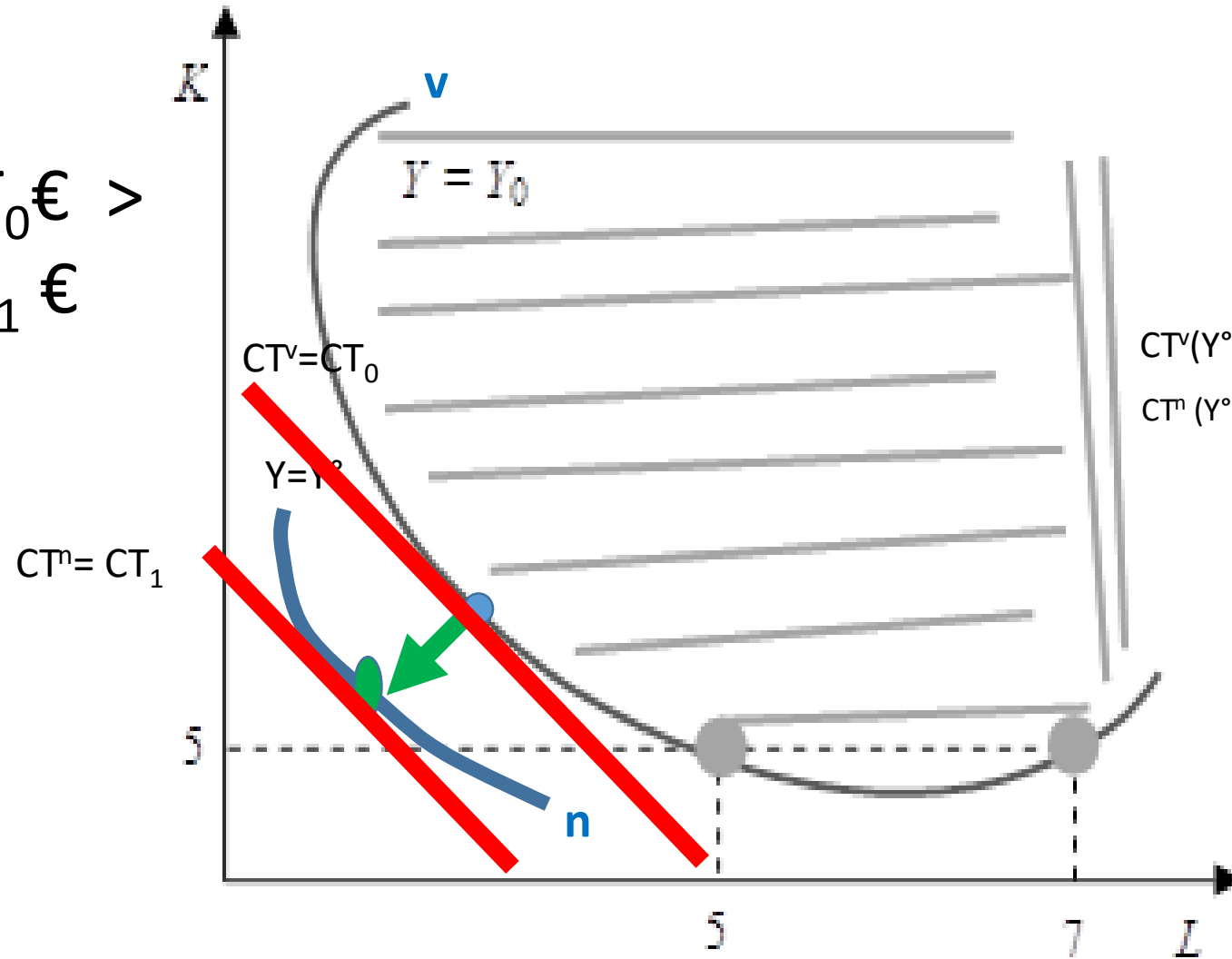
Finora ci siamo mossi **lungo una data** curva dei costi.

Se **la tecnologia** o i **costi unitari mutano**, **cambia** la funzione dei costi.



PS: progresso tecnologico

$$CT^v(Y^\circ) = CT_0 \text{ €} > \\ CT^n(Y^\circ) = CT_1 \text{ €}$$





Breve periodo, costo fisso: aumento del costo di 1 fattore (L). Caso A

Da w° a $w^{\circ'}$ con
 $w^{\circ'} > w^\circ$

CT?

Prima:

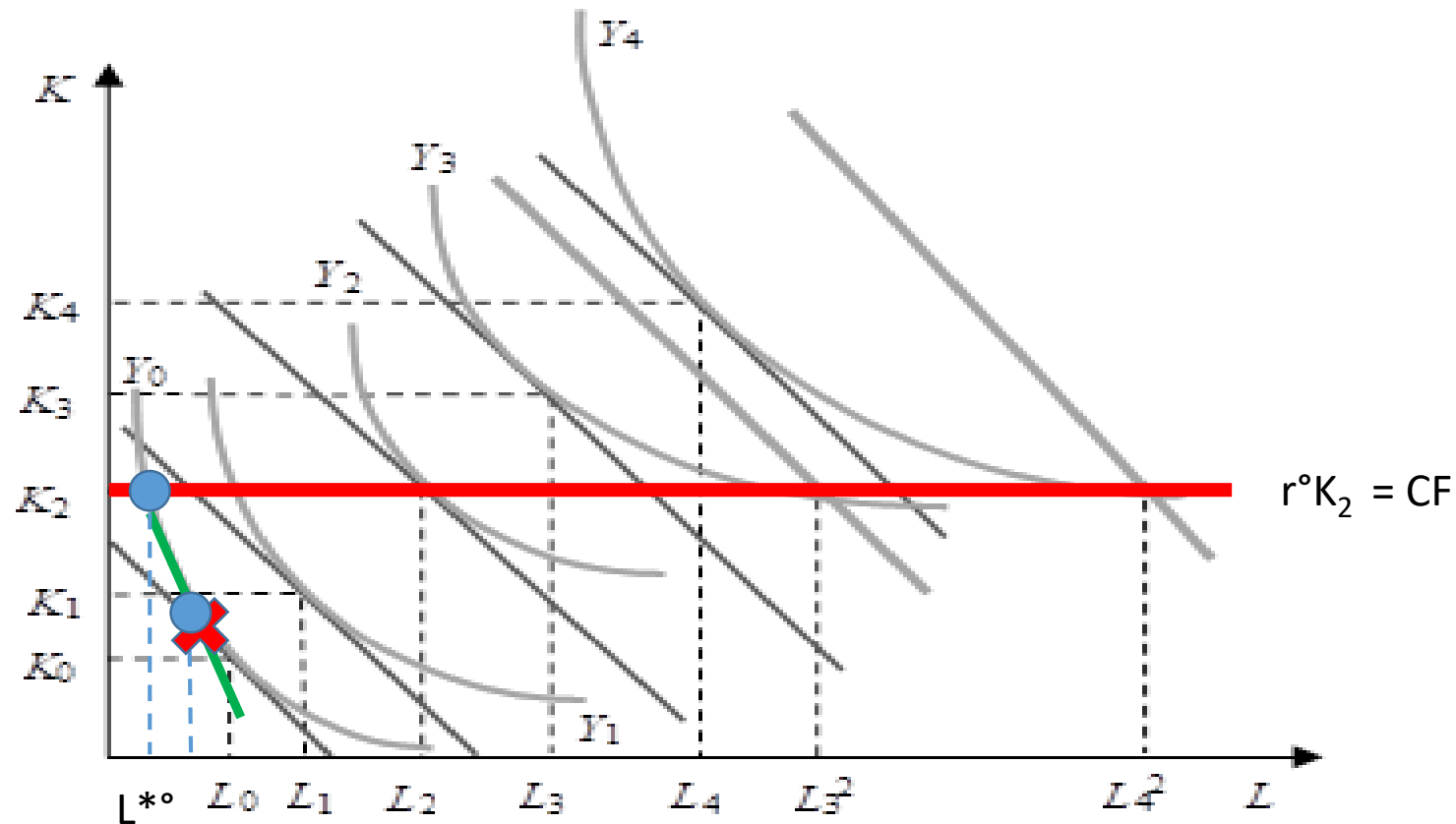
$$CT = w^\circ L^{\circ*} + r^\circ K_2$$

Ora?

$$CT = w^{\circ'} L^{\circ*} + r^\circ K_2$$

↗

Il costo minimo
di Y° sale





Caso a: w ed r salgono della stessa proporzione. Del 10%

$$CT(Q^0; w^0; r^0) = w^0 L^* + r^0 K^* \text{ sale a ?}$$

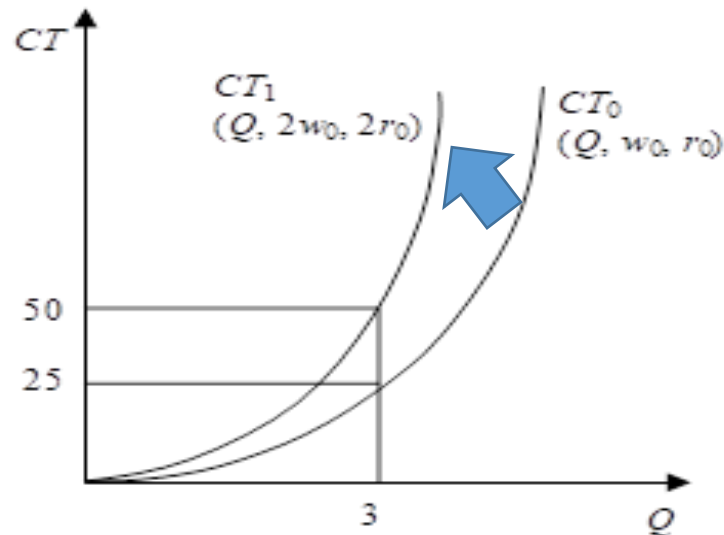
$CT(Q^0; w^0 \times 1,1; r^0 \times 1,1) = w^0(1,1) L + r^0(1,1) K$ **Ma quale nuovo L e quale nuovo K ?**
Sempre L^* e K^* ! Perché? Qual è nuovo punto di tangenza tra isoquanto e isocosto?

$$CT(Q^0; 1,1 w^0; 1,1 r^0) = w^0(1,1) L^* + r^0(1,1) K^* !$$

$$CT(Q^0; 1,1 w^0; 1,1 r^0) = 1,1 CT(Q^0; w^0; r^0)$$

Raddoppio del costo degli input, raddoppio dei costi:

la funzione del costo si sposta a nord-ovest





CT (15, $w^\circ=4/5$, $r^\circ=4$)
= ?

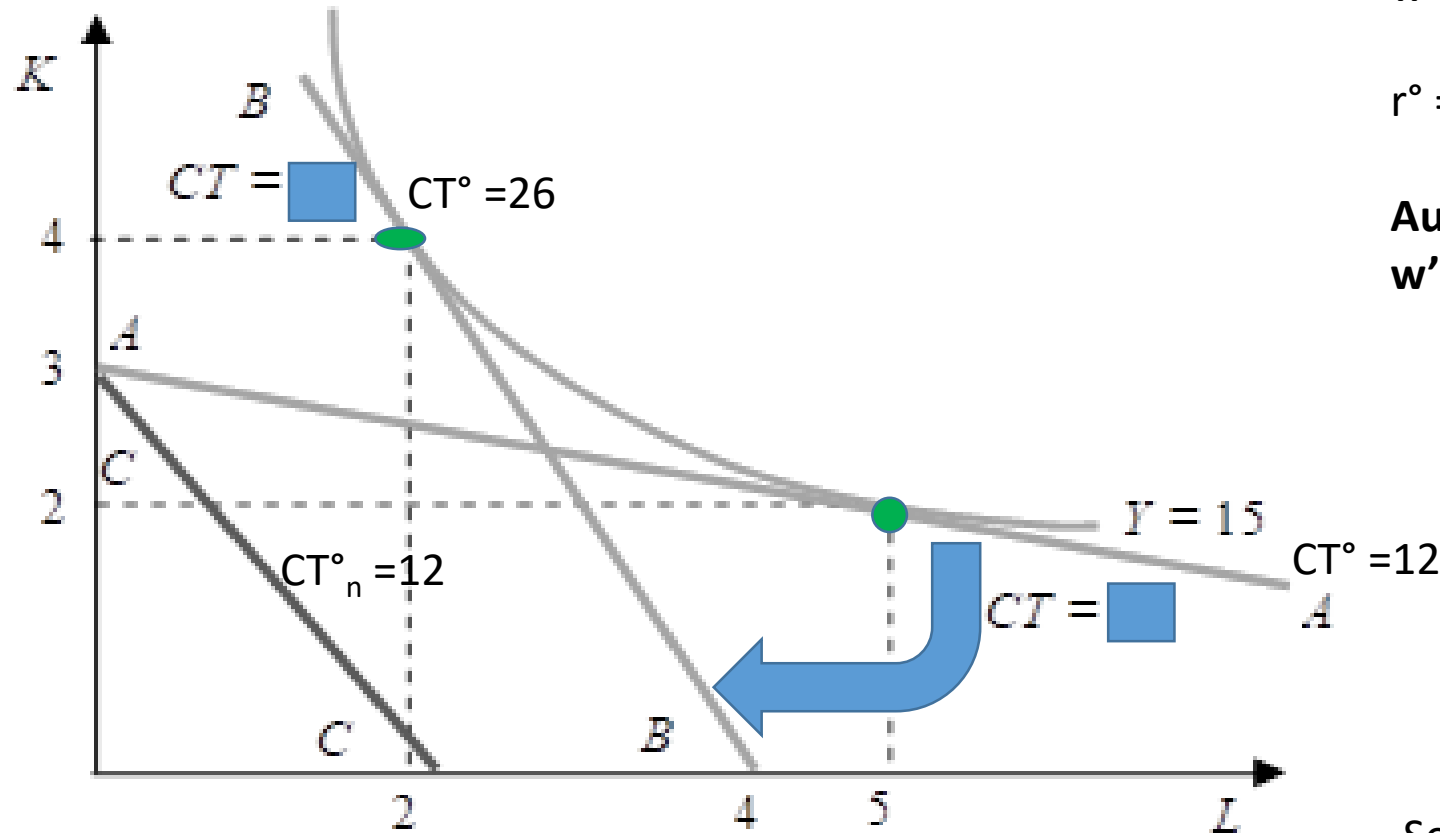
<

CT (15, $w'=5$, $r^\circ=4$)
= ?

I costi aumentano
rispetto a 12 €. Come
dimostrarlo?

Quali **tecniche
produttive adesso
costano 12 €** ai nuovi
costi unitari w' e r° ?

Qualcuna delle vecchie
tecniche che costavano
12 € su AA, al vecchio
salario w° ?



Da **AA**:
 $w^\circ = (4/5) \text{ €}$

$r^\circ = 4\text{€}$

**Aumenta w a
 w'**

Verso **BB**:

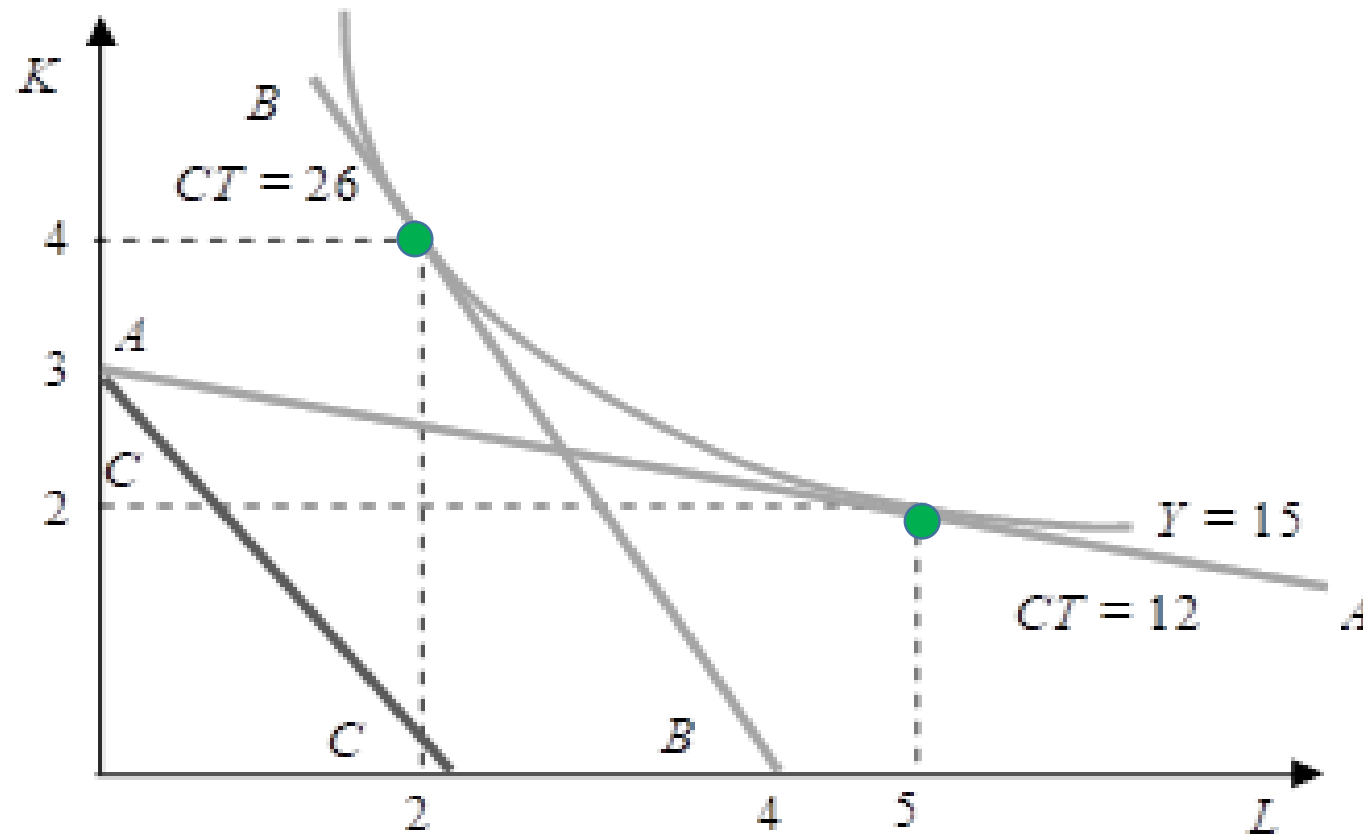
$w' = 5\text{€}$

$r^\circ = 4\text{€}$

Sostituiamo verso
fattore meno caro



BP, costo recuperabile o LP: caso B, aumento del costo di 1 fattore



Da $w^\circ = (4/5)$

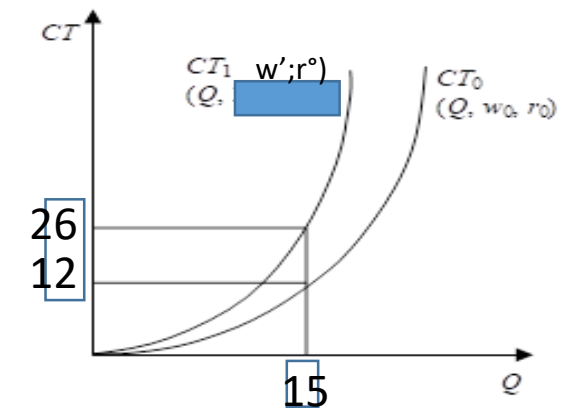
€

$r^\circ = 4\text{€}$

a

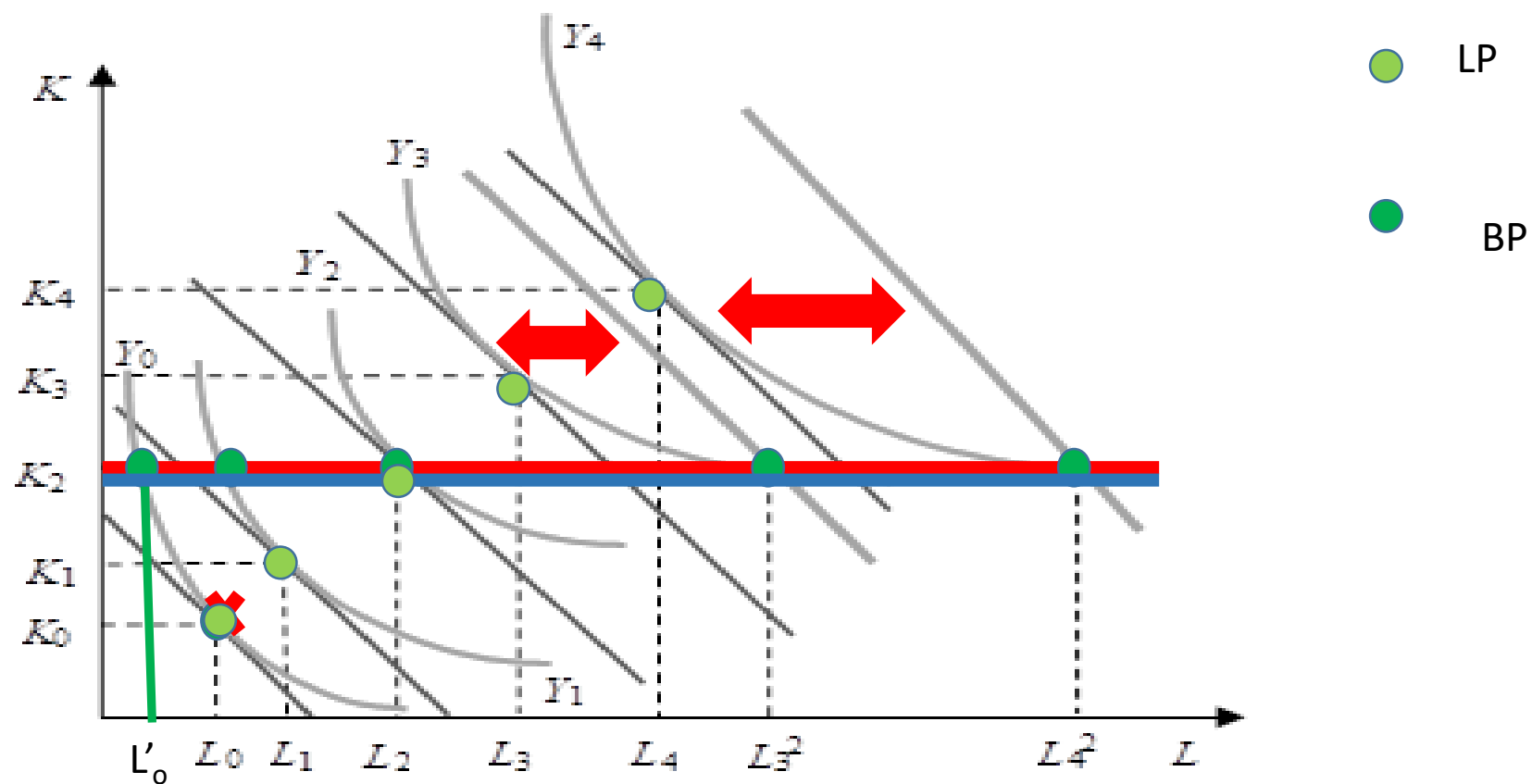
$w' = 5\text{€}$

$r^\circ = 4\text{€}$



La funzione di costo va a nord-ovest.

Funzione di costo di breve e lungo periodo





Relazione tra costi di BP e LP

Oggi

$CF(K) = 10.000 \text{ € per } Q = 10 \text{ BICI}$

Domani?

$CF(K) = 1.000.000 \text{ € per } Q = 10 \text{ BICI?}$

$CF(K) = 1.000.000 \text{ € per } Q = 10 \text{ BICI?}$

$K = 4$

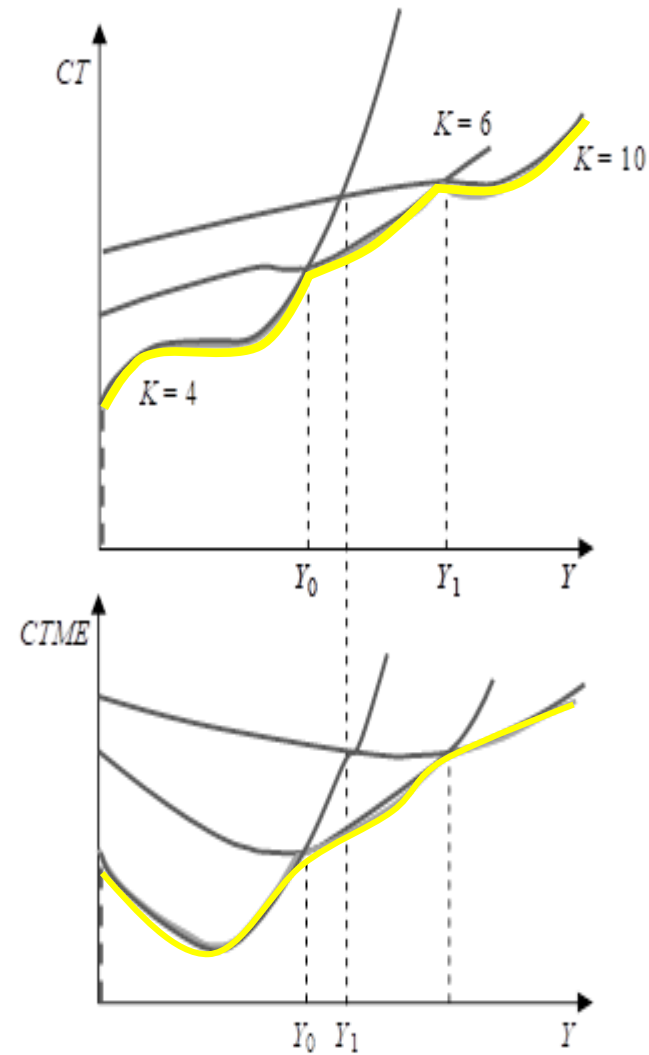
$K = 6$

$K = 10$

BP: Costi fissi!

BP: Costi variabili

LP: ?

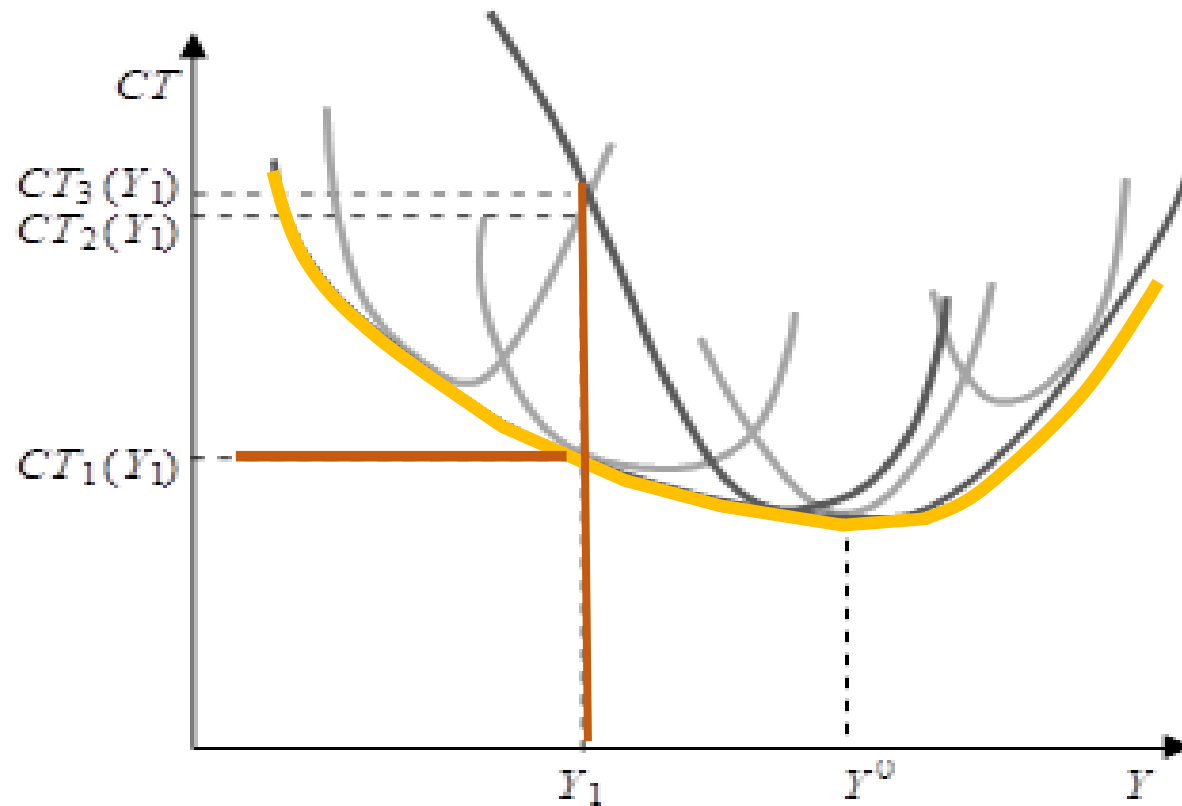




Relazione tra costi di BP e LP

Y^0 : scala minima
efficiente dell'impianto,
minimo dei minimi,
terminano le economia
di scala

$$CT^{LP}(Y) = \min CT^{BP}(Y)$$



Ma quale isoquanto sceglierà? E produrrà?

$$\text{Max}_Q \Pi(Q) = RT^i(Q) - CT^i(Q) = p^d(Q) Q - CT^i(Q)$$

s.v. $p^d(Q) \longrightarrow P = P^\circ$ (prezzo dato, concorrenza perfetta)

s.v. $Q = f^i(K, L)$ la tecnologia

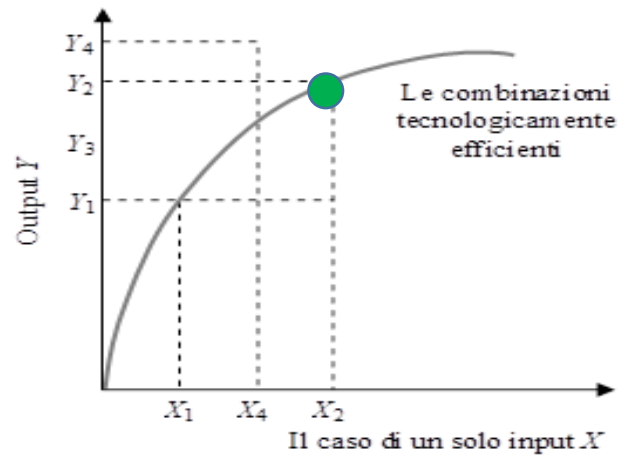
s.v. $K = K_0$ (o meglio $K \leq K_0$?) se siamo nel **BREVE PERIODO!**

s.v. $CT^i(Q, w_0, r_0) = w^\circ L(Q(L), K) + r^\circ K$, non un L qualsiasi!

PS: quali profitti?



Massimizzazione del profitto, BP



Q* tale che:

$$\text{Max } \Pi(Q) = P^{\circ} Q - CT(Q)$$

Oppure L* tale che

$$\text{Max } \Pi(L) = P^{\circ} f(K_0, L) - w^{\circ} L - r^{\circ} K_0$$

$$P_0 \frac{\delta f(K_0, L)}{\delta L} - w_0 = 0$$

$$P^{\circ} P_{maL}(K_0, L^*) = w^{\circ}$$

$$P_{maL}(K_0, L^*) = \frac{w_0}{P_0}$$

PS: $r^{\circ} K^{\circ}$?





Isoprofitto e massimizzazione dei profitti, BP

Qual è la condizione di ottimo per
 Q^* e L^* ?

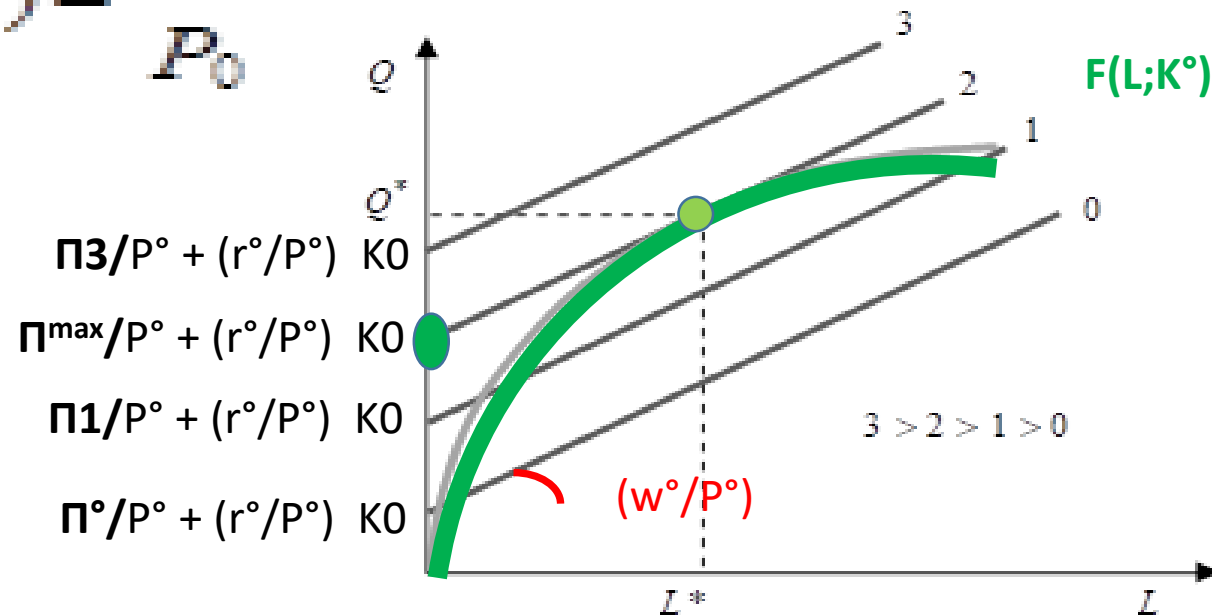
$$P_{maL}(K_0, L^*) = \frac{w_0}{P_0}$$

$$\Pi^0 = P^0 Q - w^0 L - r^0 K_0$$

$$Q = \frac{\Pi_0}{P_0} + \frac{r_0}{P_0} K_0 + \frac{w_0 L}{P_0}$$

$\Pi_1 ? \Pi^0$

$\Pi_1 > \Pi^0$





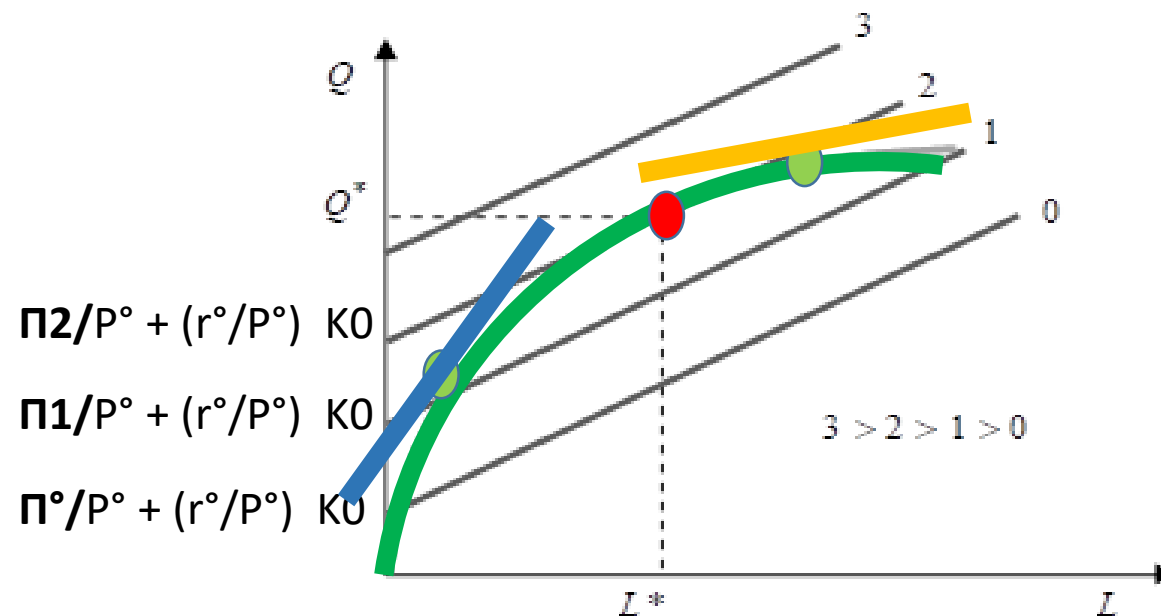
Massimizzazione del profitto, BP

Intravedete le curva di offerta di Q?

$$\Pi^{\circ} = P^{\circ} Q - w^{\circ} L - r^{\circ} K_0$$

$$Q = \frac{\Pi_0}{P_0} + \frac{r_0}{P_0} K_0 + \frac{w_0 L}{P_0}$$

Intravedete la curva di domanda di lavoro L?



E se P
scendesse?
Molto?

E se w
scendesse?

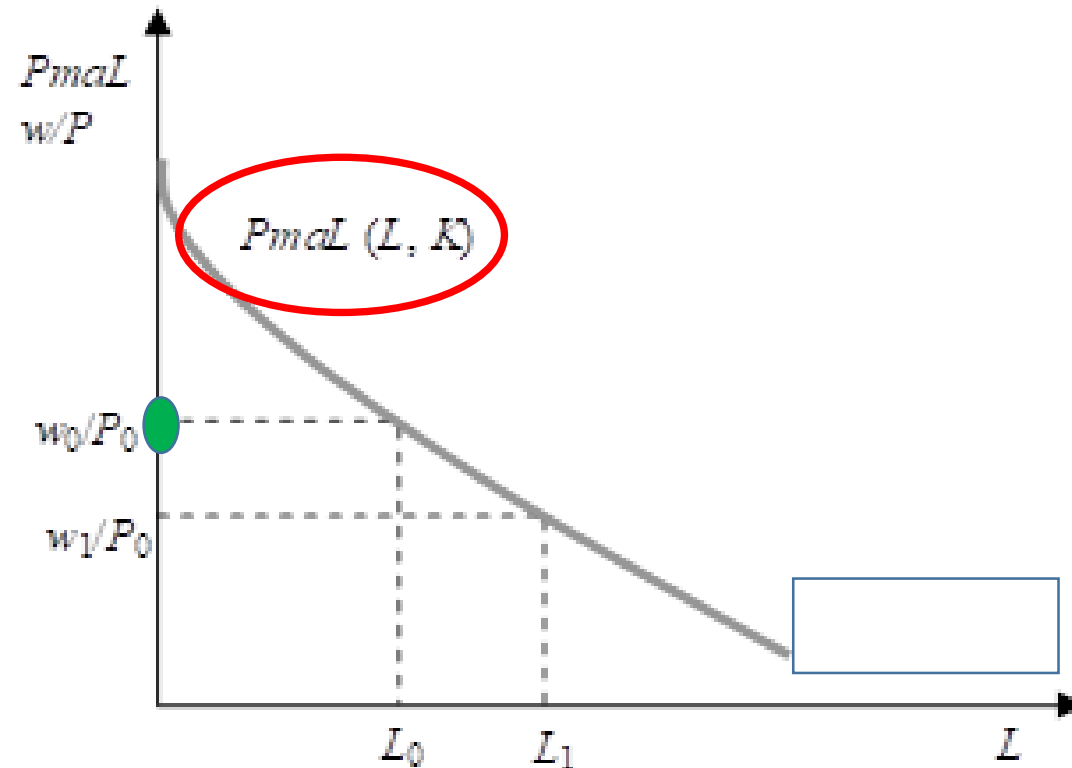
E se $r^{\circ}K_0$
aumentasse?

La curva di domanda di lavoro dell'impresa?

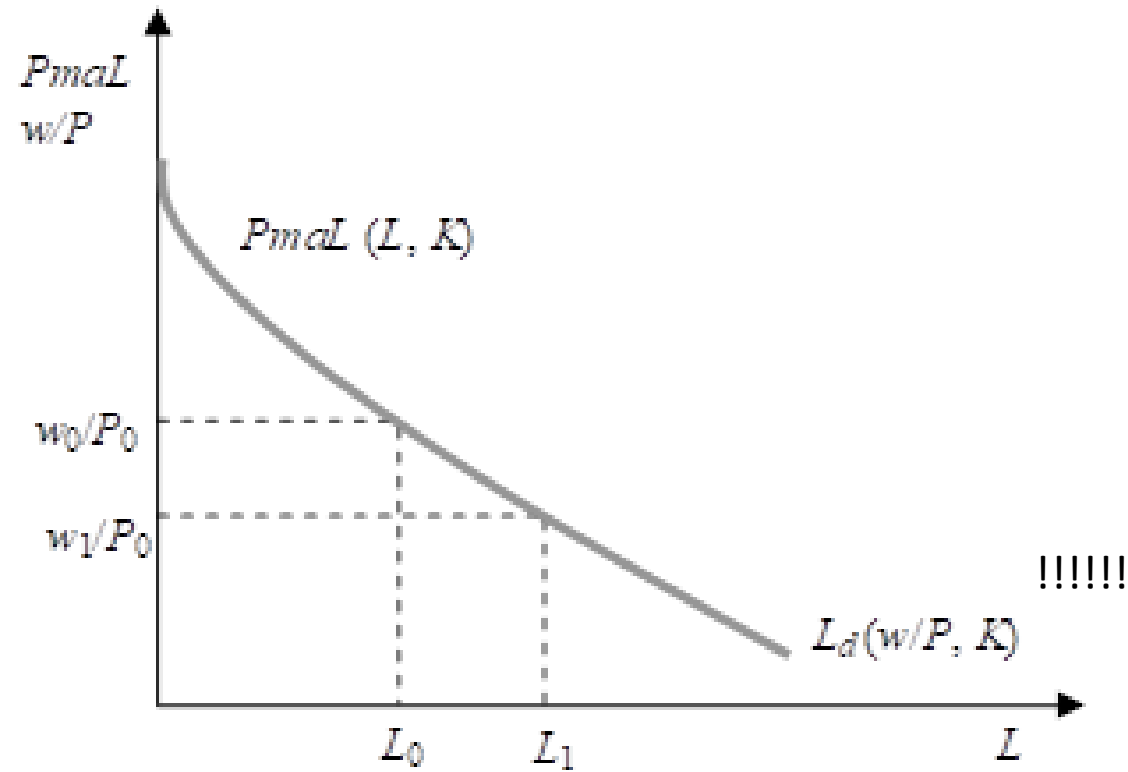
La produttività
dell'L^omo
lavoratore qual è?

Al salario reale
 w^0/P^0 ,
Quanti lavoratori
domanderò?

E al salario
 w_1/P^0 ?

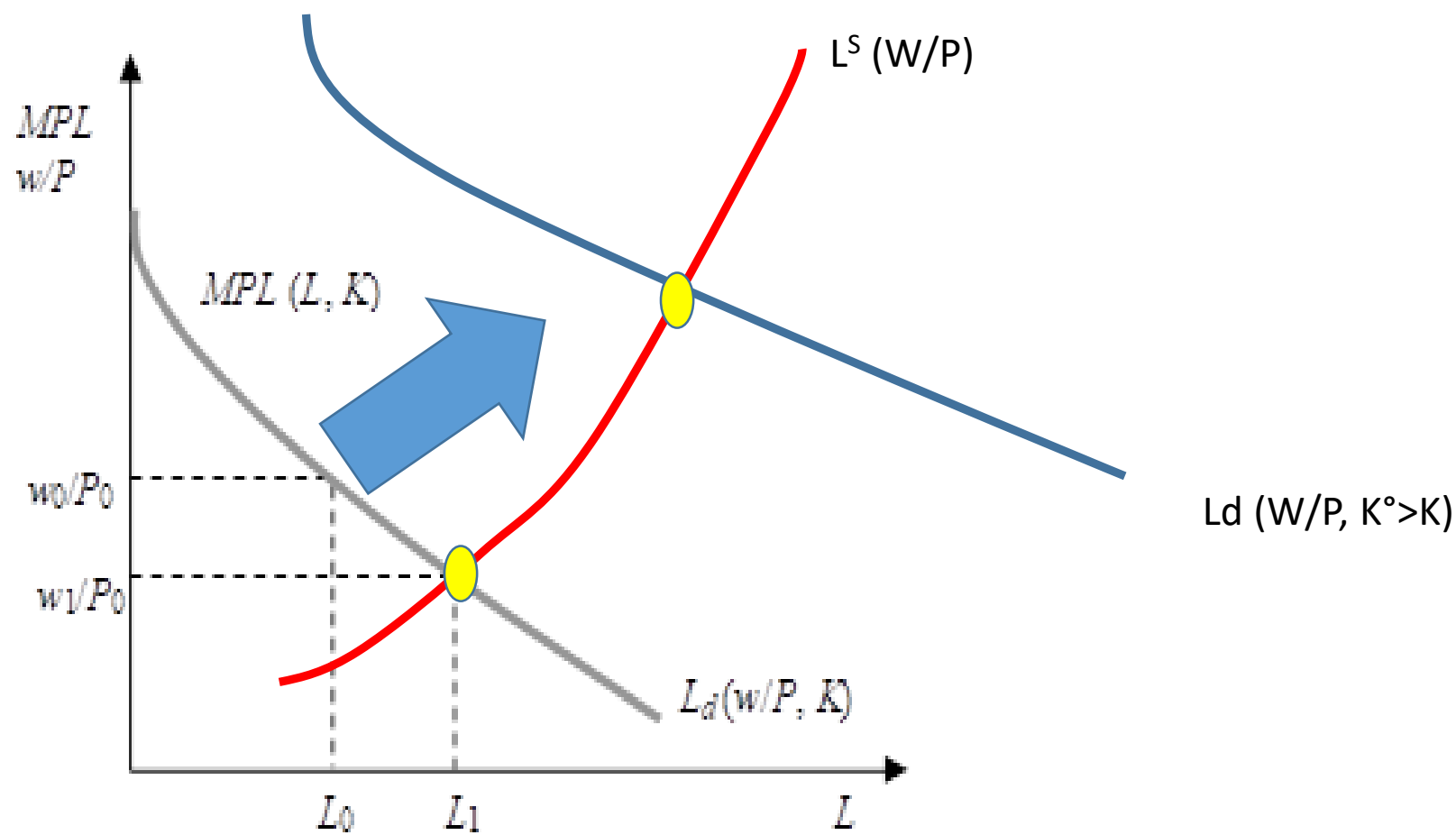


La curva di domanda di lavoro dell'impresa



L'impatto del progresso tecnologico sulla curva di domanda del lavoro

Come possono
salari e
occupazione
salire allo stesso
tempo?





Massimizzazione del profitto, LP

Massimo profitto



Economicamente efficiente



Tecnologicamente efficiente



Output efficiente

Massimizzare
i profitti richiede
minimizzare i
costi (non
necessariamente
il viceversa)!

$$K^* \text{ e } L^*$$

$$\Pi(K, L) = P_0 f(K, L) - w^0 L - r^0 K$$

$$P_0 P_{maL}(K^*, L^*) = w_0$$

e

$$P_0 P_{maK}(K^*, L^*) = r_0$$

Notate nulla?

$$\frac{P_{maL}(K^*, L^*)}{P_{maK}(L^*, K^*)} = \frac{w_0}{r_0}$$

