

1) Quanto  $Q$  produrre e 2) come produrre quel  $Q$ ?

Sempre insieme, mai separate:  
 $\max \Pi$  e  $\min CT$  (ma attenti!)

Li separeremo, ma solo per poco.



TOR VERGATA  
UNIVERSITY OF ROME

# Come produrre? Entrano in campo gli ingegneri



**Vincolo 1: Niente pistole  
alla testa del  
consumatore né alla  
testa dei fattori di  
produzione!**

Il processo di produzione consiste nell'utilizzo e nella combinazione di risorse (chiamati anche **input** o fattori di produzione) volte alla creazione di una nuova risorsa (chiamata anche **output**).

L'output (Y) ha una dimensione temporale: 10 unità l'ora, la settimana, l'anno, ecc. L'output è cioè un flusso.

Similmente per gli input (**X** : K o L o ...).

Per le materie prime usate consumate interamente nel processo produttivo: si usano 100 tonnellate di acciaio (e il polipropilene...) al giorno per produrre Y Fiat Punto al giorno in quello stabilimento.

Per i beni durevoli (beni capitali, K) come le macchine - che non sono consumate interamente nel processo di produzione - parleremo dei servizi per unità di tempo forniti dalla macchina: un trattore viene utilizzato per X-ore macchina al giorno, alla settimana, all'anno.

Chiameremo **capacità produttiva** di un bene durevole la massima quantità di servizi produttivi che si possono ottenere da questo, potenzialmente in ogni periodo.

Similmente per i servizi del fattore lavoro (L) parleremo di ore-lavoro al giorno, alla settimana, al mese, ecc.



## Il vincolo **naturale** della tecnologia

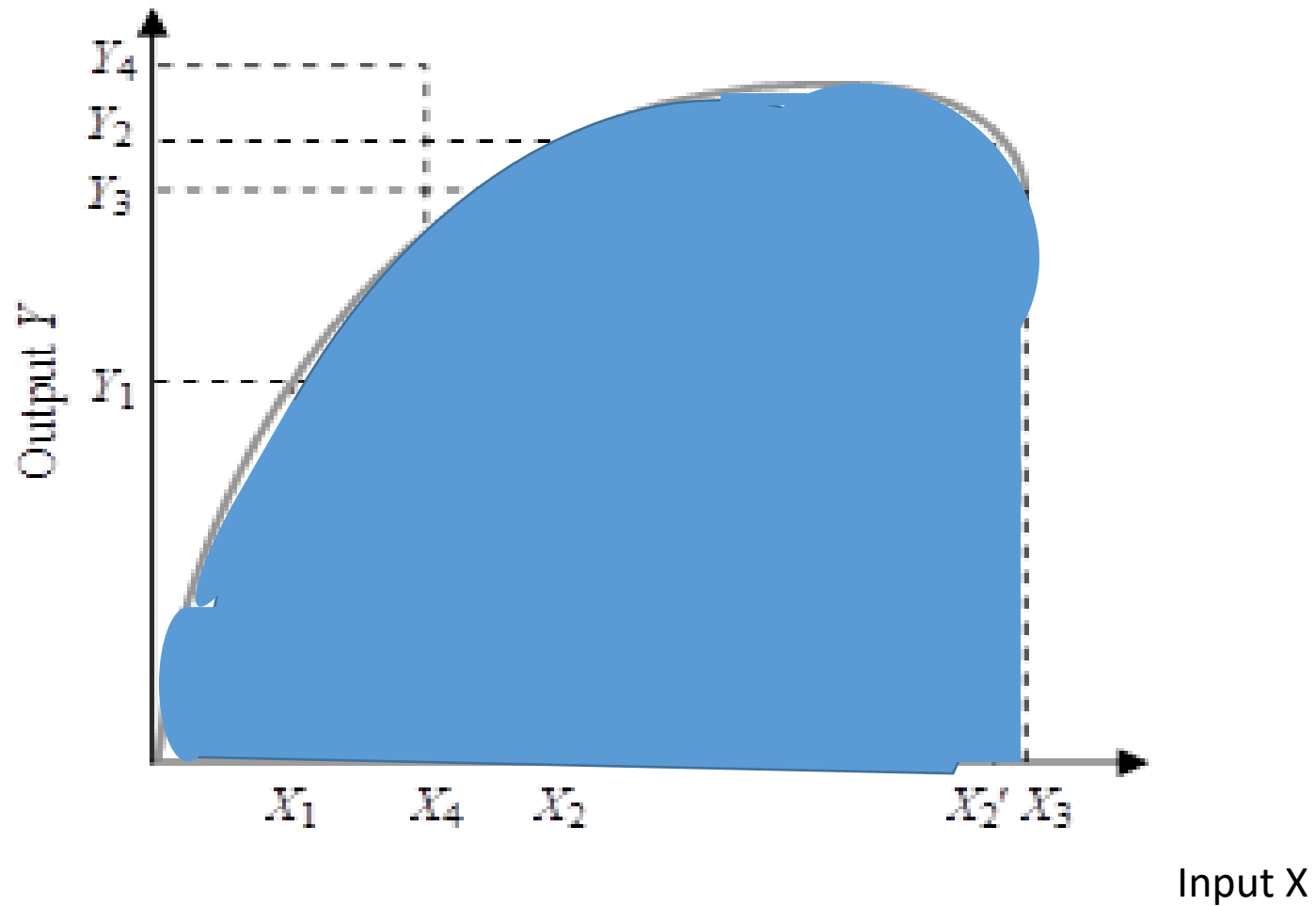
Vi sono ovviamente diversi modi di usare un input o combinare diversi livelli di input per trasformarli in un determinato livello di output: la relazione che esiste tra tutte le combinazioni di input ed output **a disposizione** dell'imprenditrice viene chiamata "**tecnologia**": la sua «scienza» o ... arte del **combinare** e **creare**.

Chiamiamo **progresso tecnologico** qualsiasi cambiamento che permette la produzione di una certa quantità di output con una minore quantità di input, o la produzione di nuove quantità di output – anche prima non producibili - con una certa quantità di input.

L'insieme di tutte le combinazioni **raggiungibili** di output ed input derivanti dalla tecnologia («**tecniche produttive**») a disposizione viene definito come "**insieme di produzione**": **il vincolo (un altro!) tecnologico.**

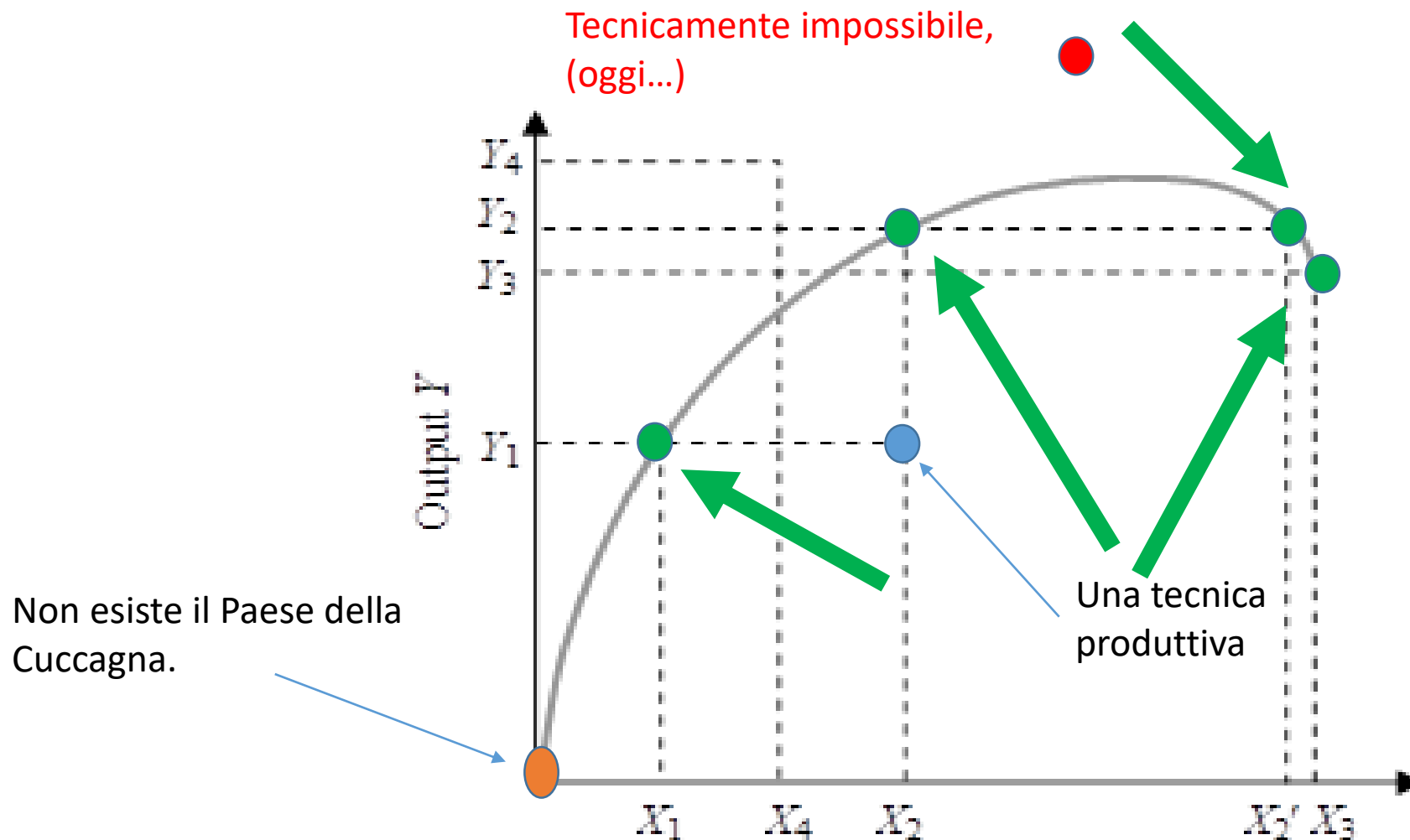


# L'insieme di produzione





# Le tecniche produttive



Come produrre un certo  $Y$ ?  
Qual è « $X^*$ »?



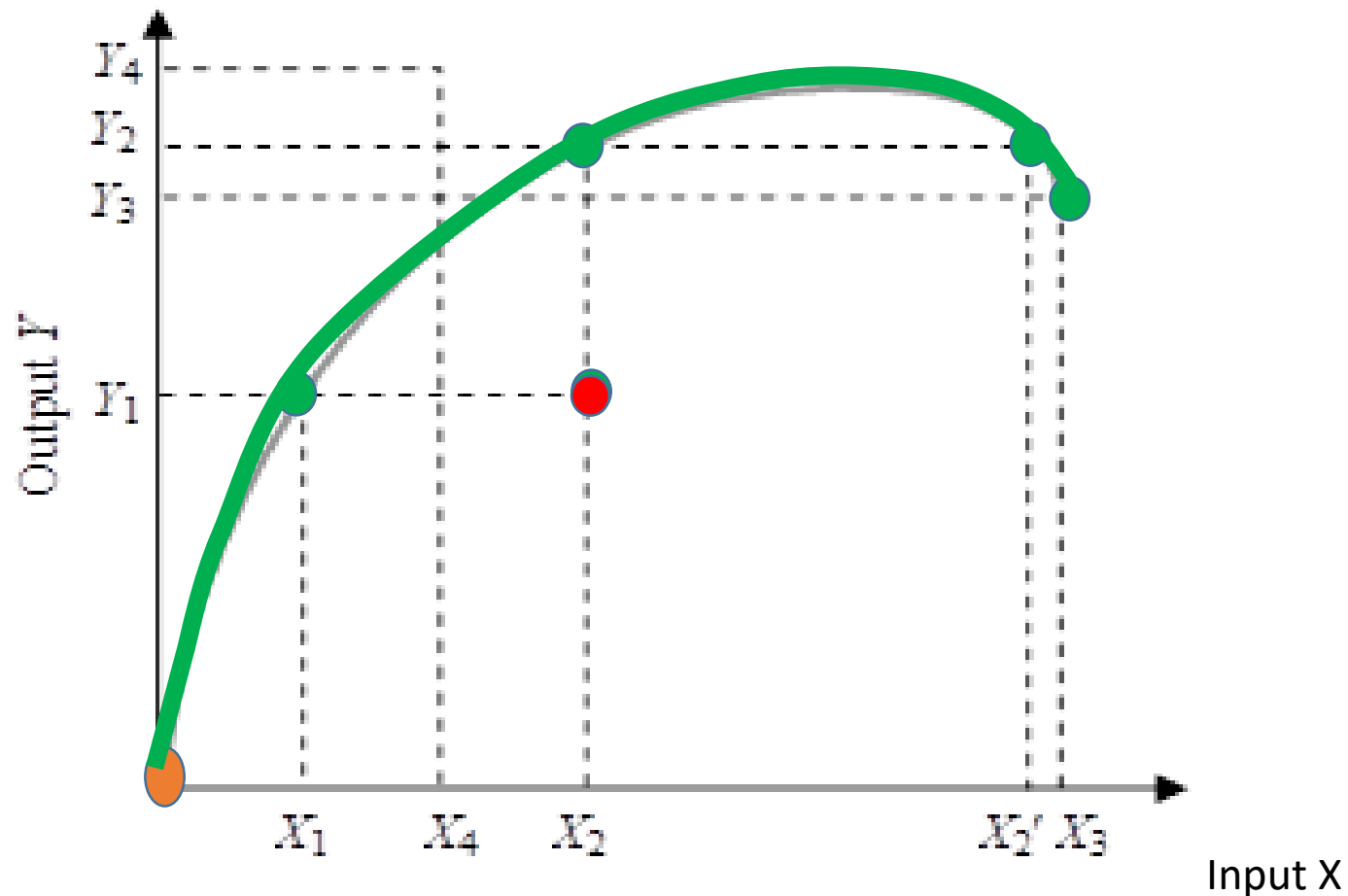
E vale l'assunzione di perfetta divisibilità di input ed output.



# Output-efficienza e **funzione di produzione**

$$Y^{\max} = f(X)$$

Non scordate il  
«max»!



Una tecnica  
produttiva è output  
efficiente se ....

complete



# Entrano in gioco i tagliatori di costi

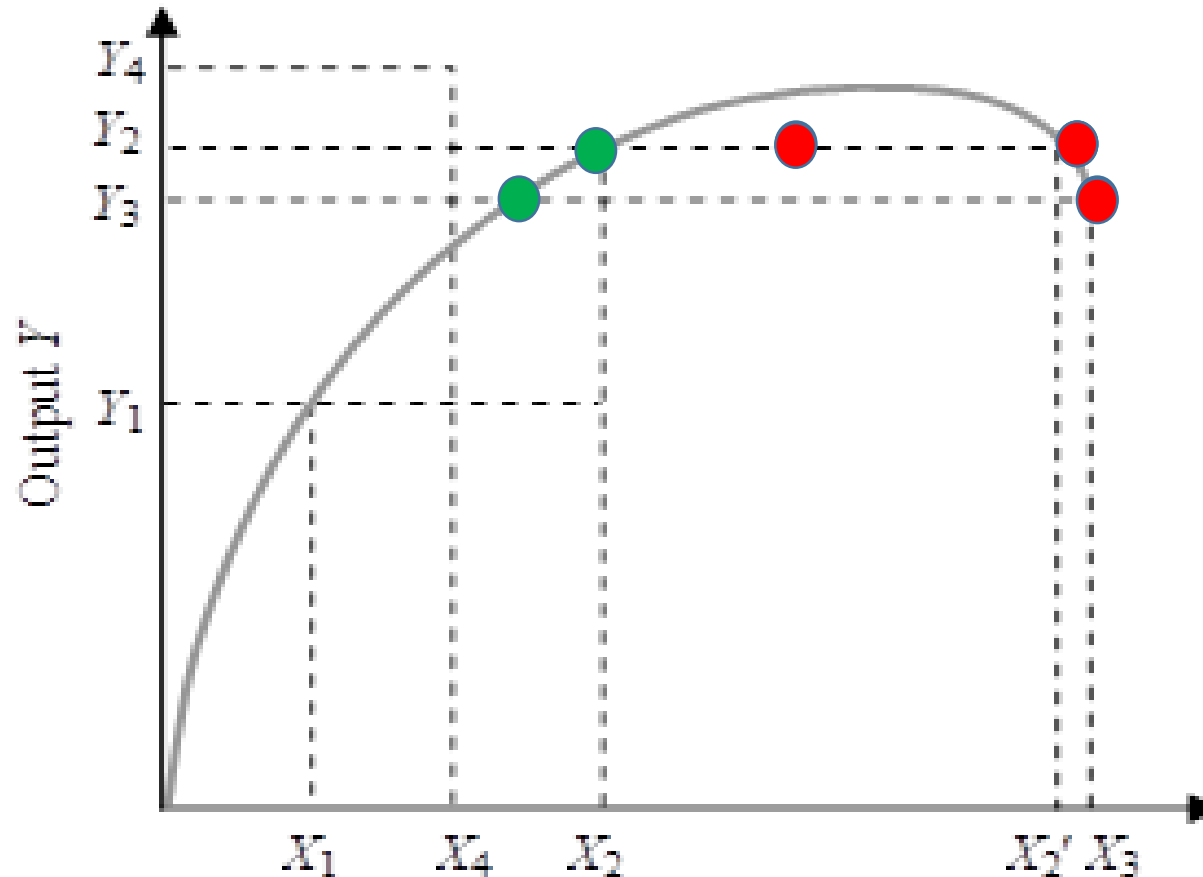


Up in the Air (2009)





# Efficienza tecnologica



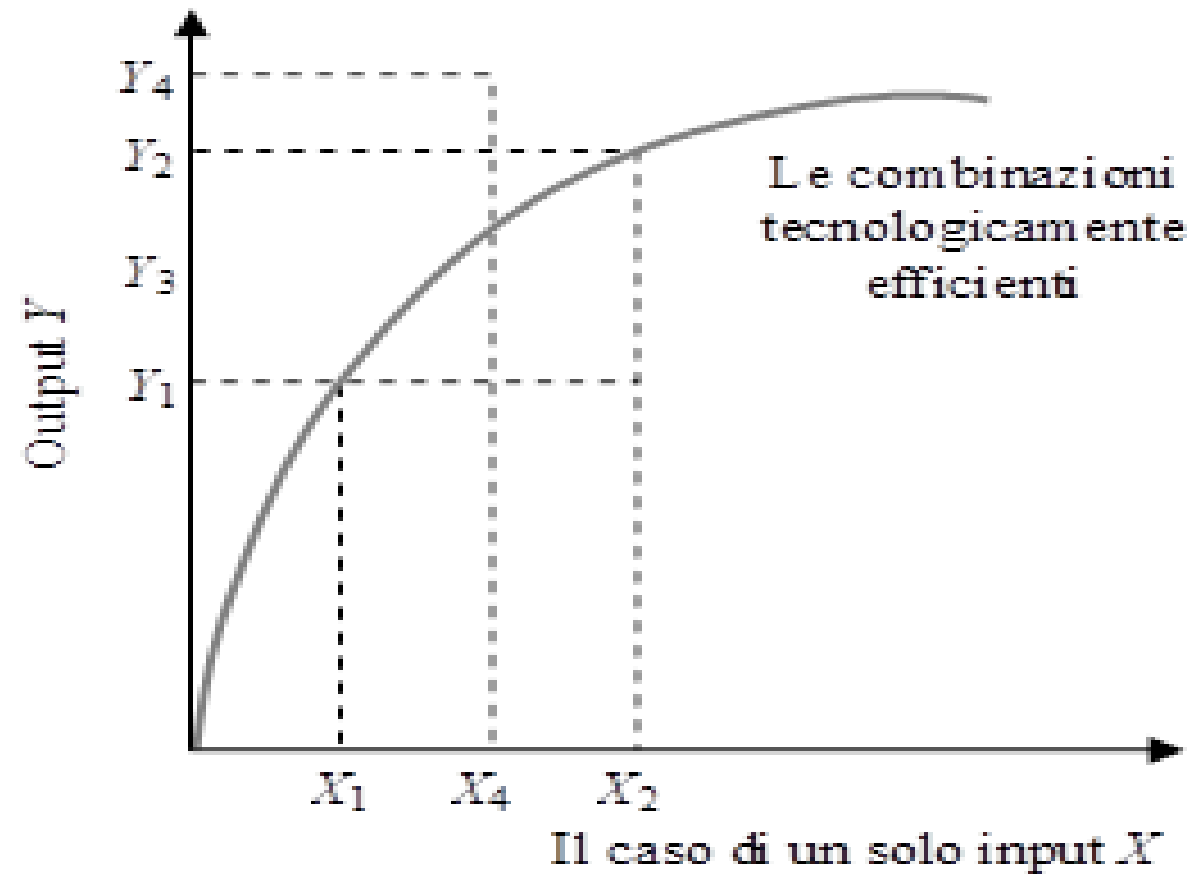
Giallo: una  
tecnica output  
inefficiente è  
tecnologicamente  
inefficiente

Una tecnica  
produttiva è  
tecnologicamente  
efficiente se ...

Complete

Tutte le tecniche produttive tecnologicamente efficienti sono ... ma non tutte le tecniche output efficienti sono ...

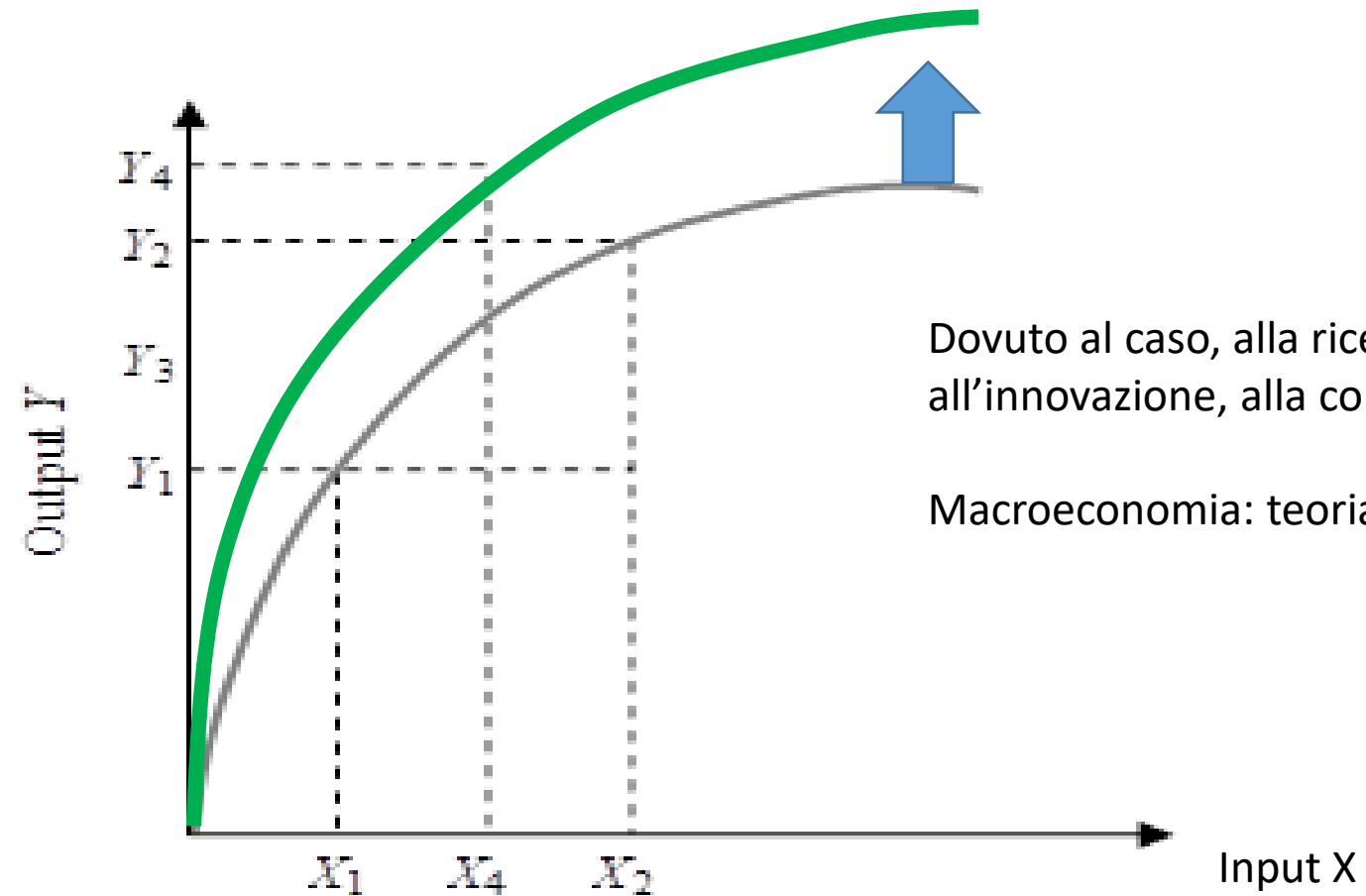
Complete





## PS: Progresso tecnologico

**Ipotesi di 1 input**

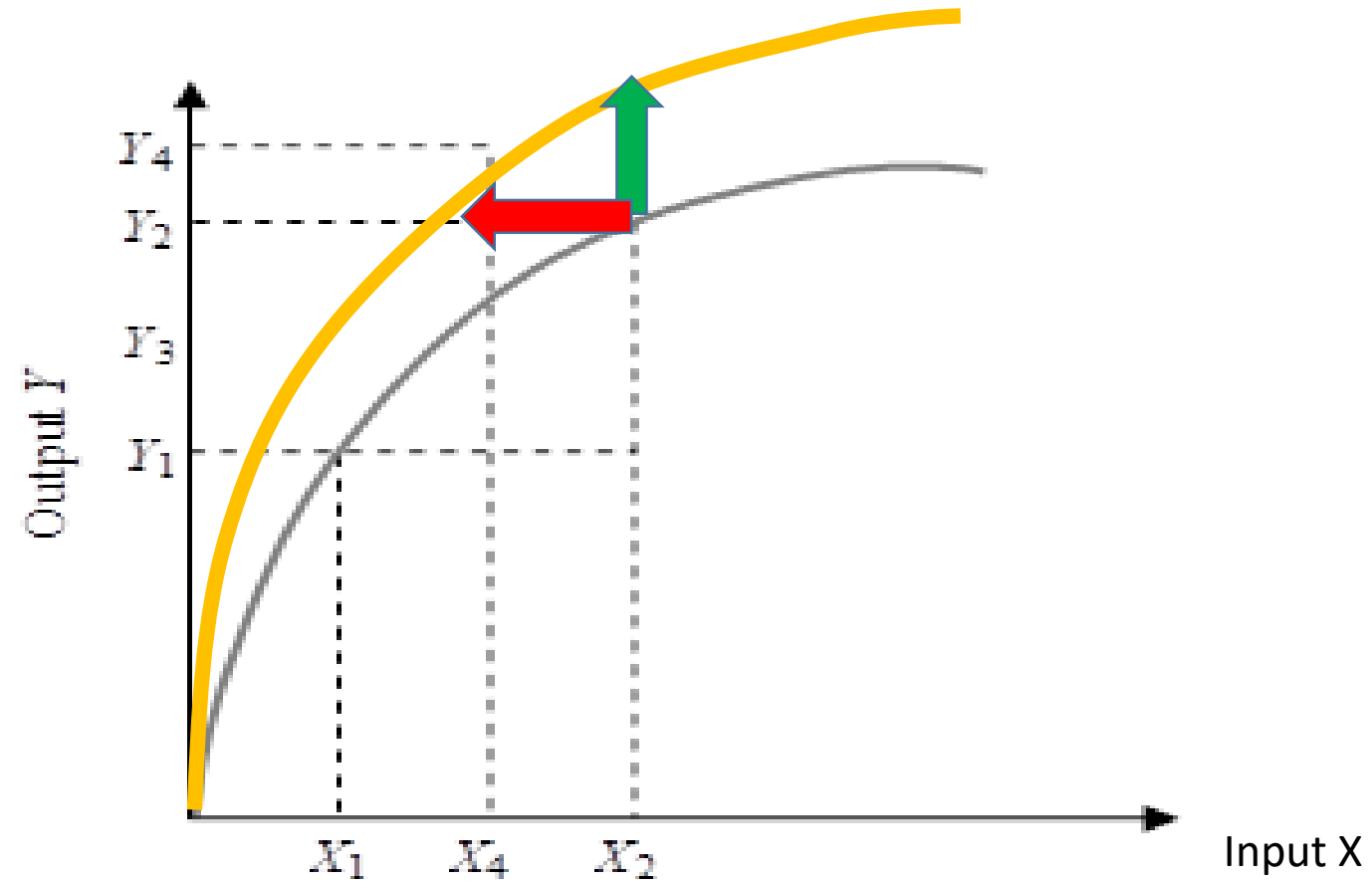


Dovuto al caso, alla ricerca,  
all'innovazione, alla conoscenza

Macroeconomia: teoria della crescita.



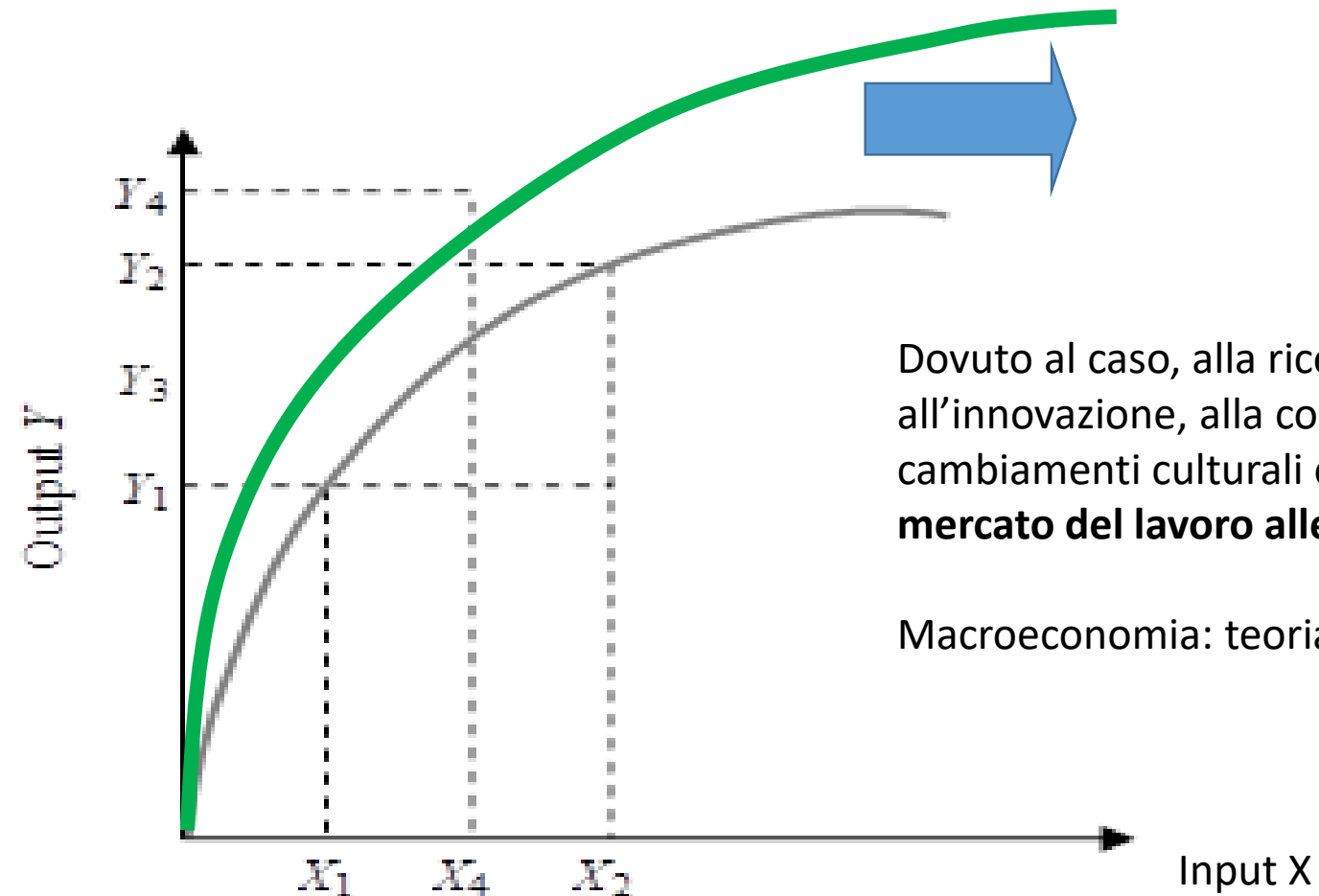
**Buono o cattivo?**





# PS: nuovi fattori di produzione

Ipotesi di 1 input



Dovuto al caso, alla ricerca, all'innovazione, alla conoscenza, ai cambiamenti culturali **come l'apertura del mercato del lavoro alle donne...**

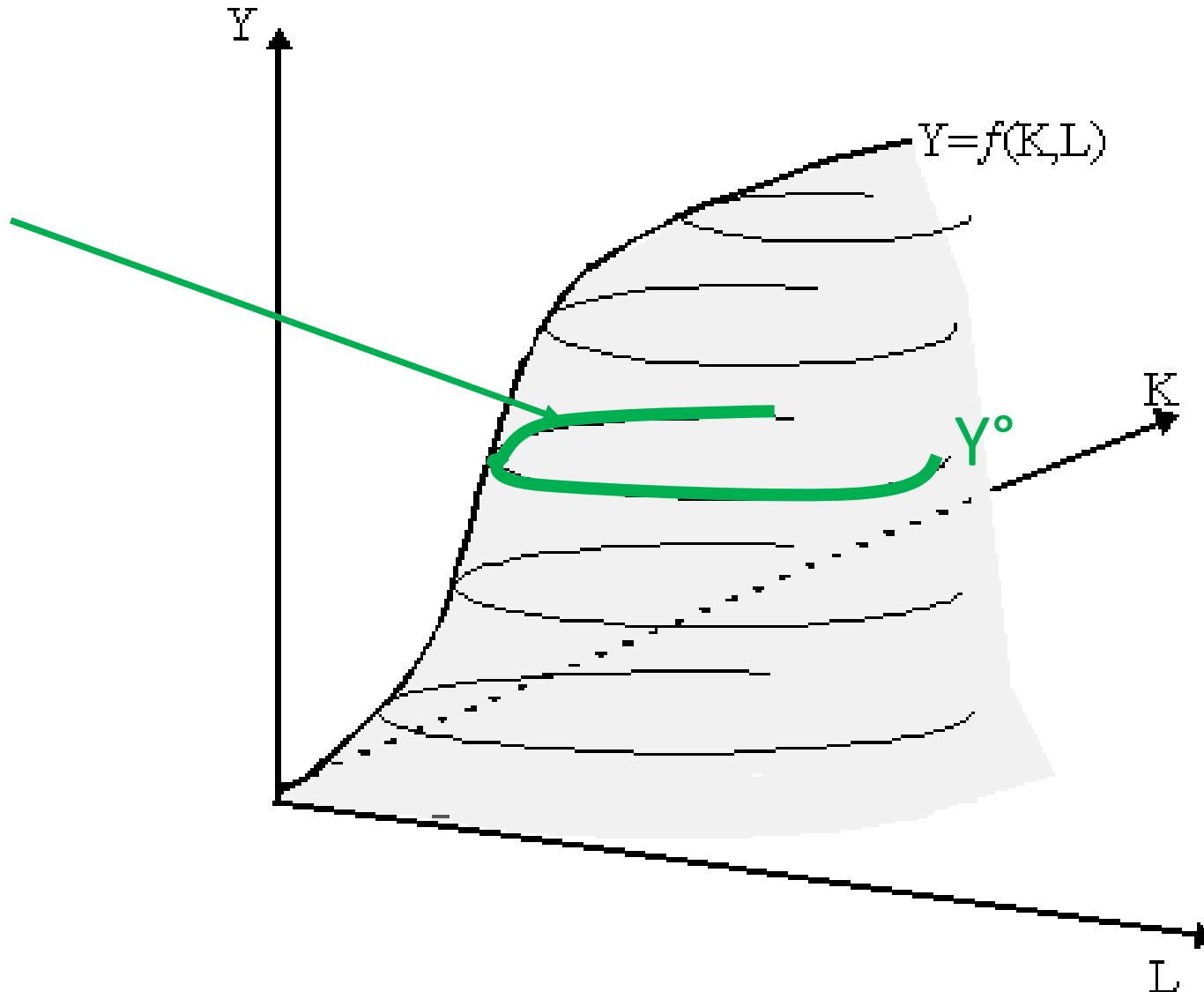
Macroeconomia: teoria della crescita.



# Funzione di produzione a 2 input

Curve di  
livello:  
 $Y^{\max} = f(K, L)$

Molte  
combinazioni  
(K,L)  
garantiscono  
un dato  $Y^{\circ}$   
come output  
massimo, non  
una sola.



$$Y^{\max} = f(K, L)$$



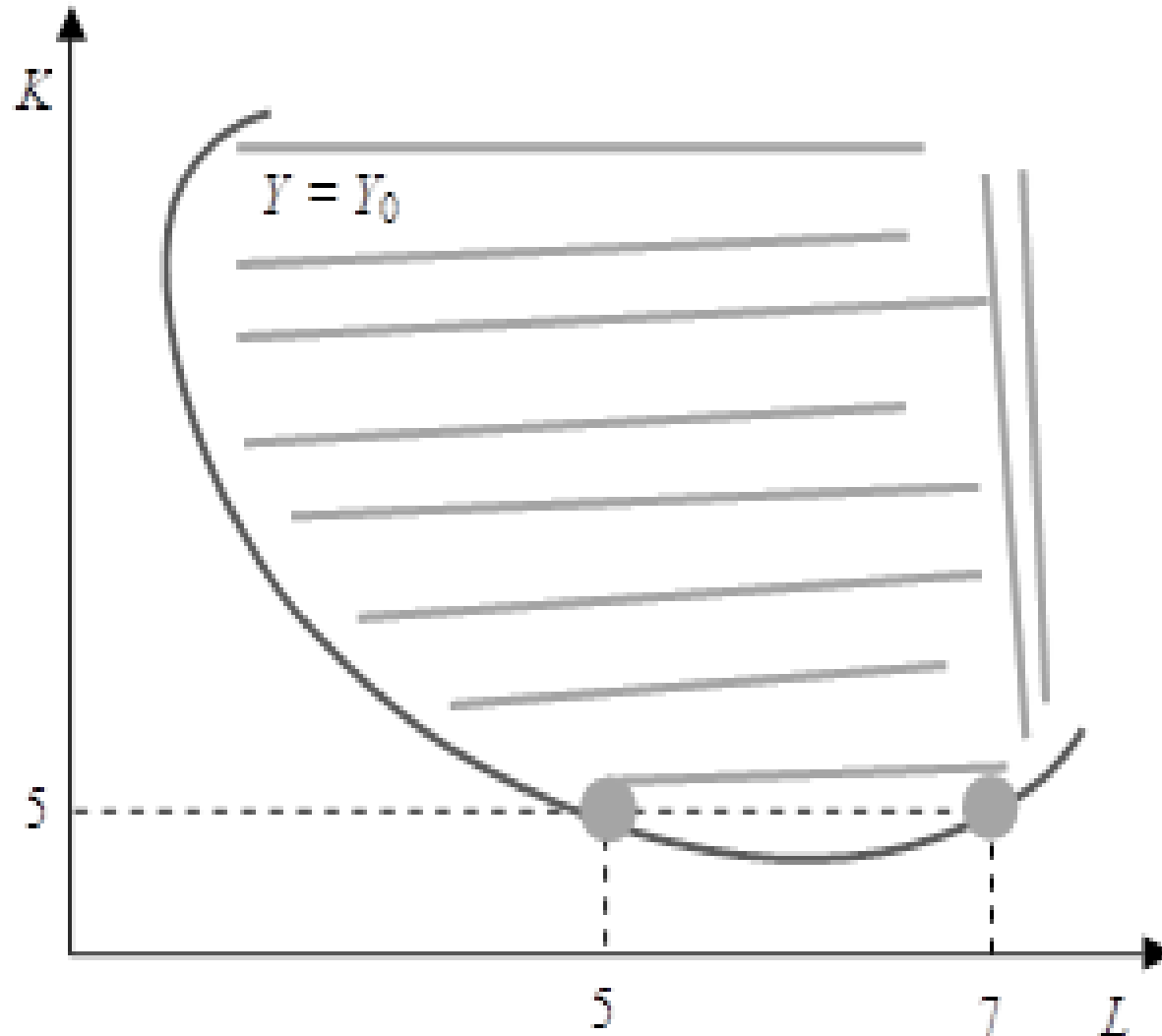
$$Y^o = 8$$

$$8 = f(L=2, K=4)$$

$$8 = f(L=1, K=6)$$

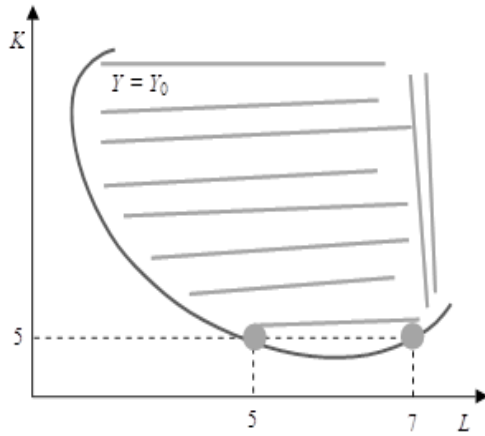
Quale sceglierà per produrre  $Y=Y^o=8$ ?

Ma poi sceglierà di produrre 8?





# Dalla funzione di produzione a un suo isoquanto



$$Y^{\max} = f(K, L)$$

$$Y^{\max} = Y_0 = f(K, L)$$

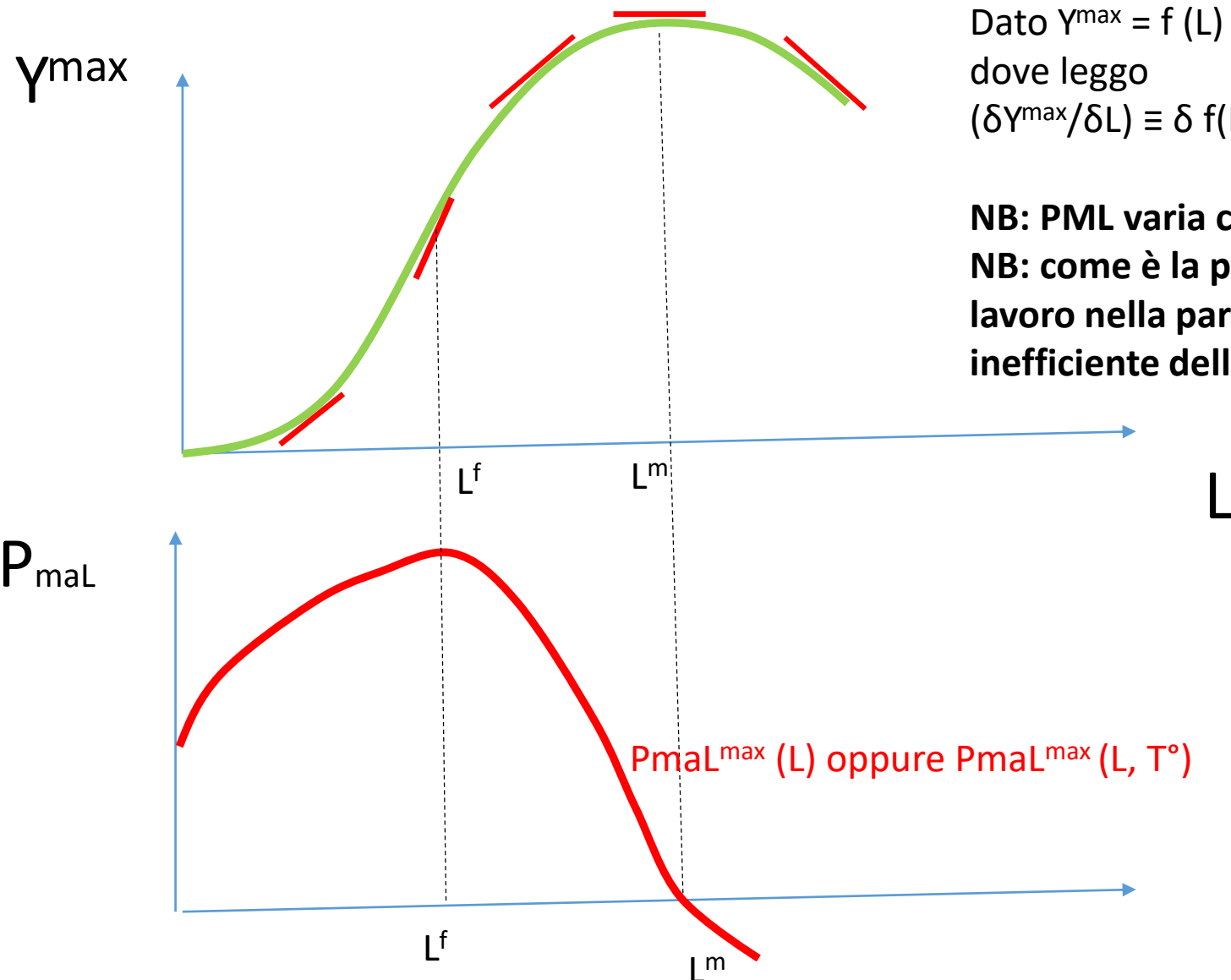
PRODUTTIVITA'  
MARGINALI

$$dY = 0 = dK \times \frac{\partial Y}{\partial K} + dL \times \frac{\partial Y}{\partial L} = f^K dK + f^L dL$$





# Produttività marginale, la pendenza della FP



Dato  $Y^{\max} = f(L)$  oppure  $= f(L, T^{\circ})$   
dove leggo  
 $(\delta Y^{\max} / \delta L) \equiv \delta f(L, T^{\circ}) / \delta L$  ovvero  $P_{maL}$  ?

**NB: PML varia con  $L$ : la funzione della PML.**  
**NB: come è la produttività marginale del lavoro nella parte tecnologicamente inefficiente della FP?**

Perché è così?

$P_{maL}^{\max}(L)$  oppure  $P_{maL}^{\max}(L, T^{\circ})$

## Qualche calcolo

Se  $P_{mgL}(13) = 8$  (camicie)

e

$$Y^{\max}(L=13) = 2700 \text{ (camicie)}$$

$$Y^{\max}(L=14) = ?$$

$$Y^{\max}(L=14) = 2708$$

Se  $Y^{\max}(L=14) = 1730$  camicie

e

$$Y^{\max}(L=15) = 1800 \text{ camicie}$$

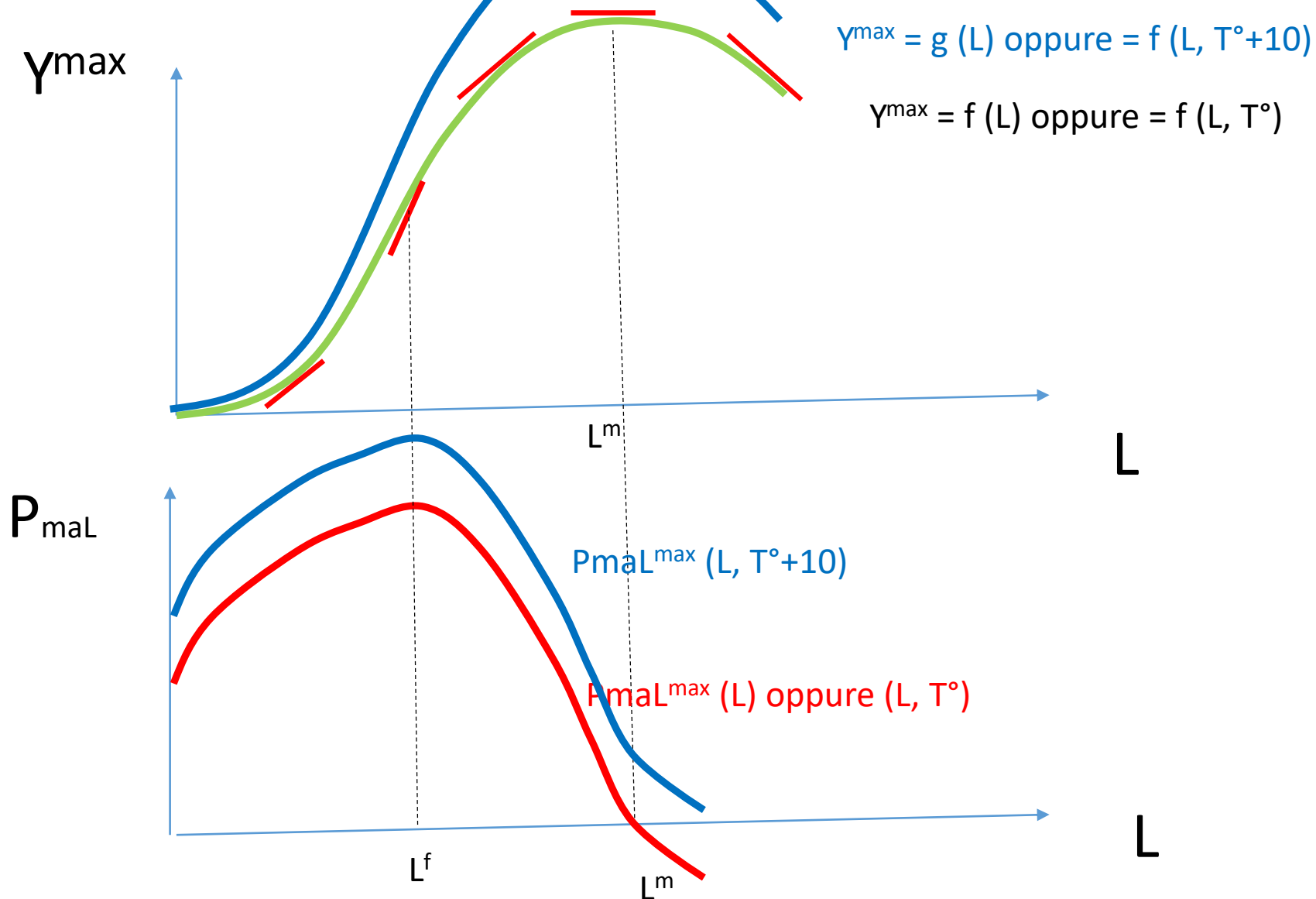
Allora ...

$$P_{mgL}(14) = ?$$

$$P_{mgL}(14) = 70 \text{ camicie}$$



# La produttività marginale: progresso tecnologico





$Y/L$  = Produttività media del lavoro: crolla al crescere di  $L$ ?

Entrano in aula....

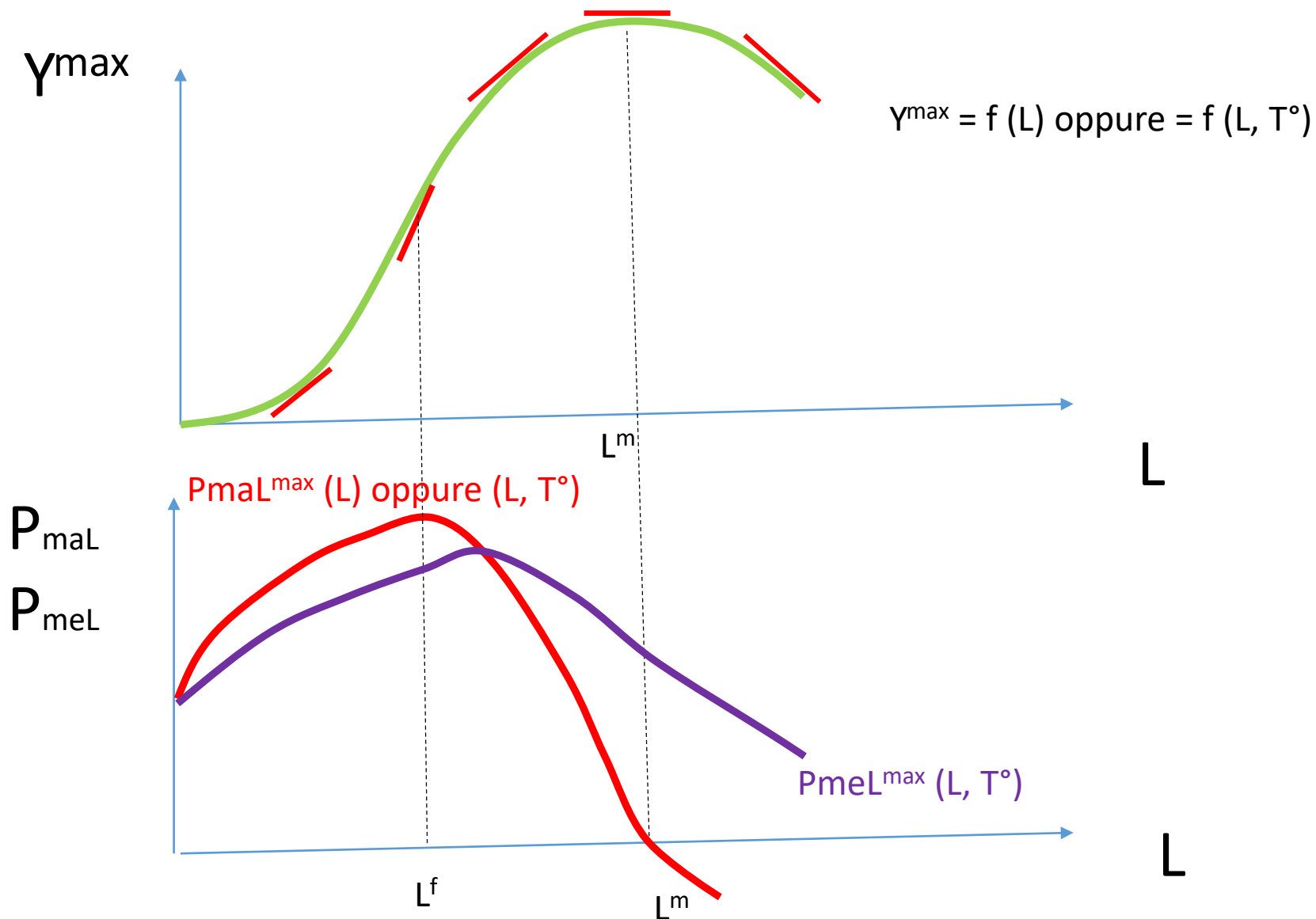
1,50  
1,60  
1,70  
1,80  
1,70  
**1,66**  
1,50

Altezza Media?

1,50  
1,55  
1,60  
1,65  
1,66  
**1,66**  
1,63

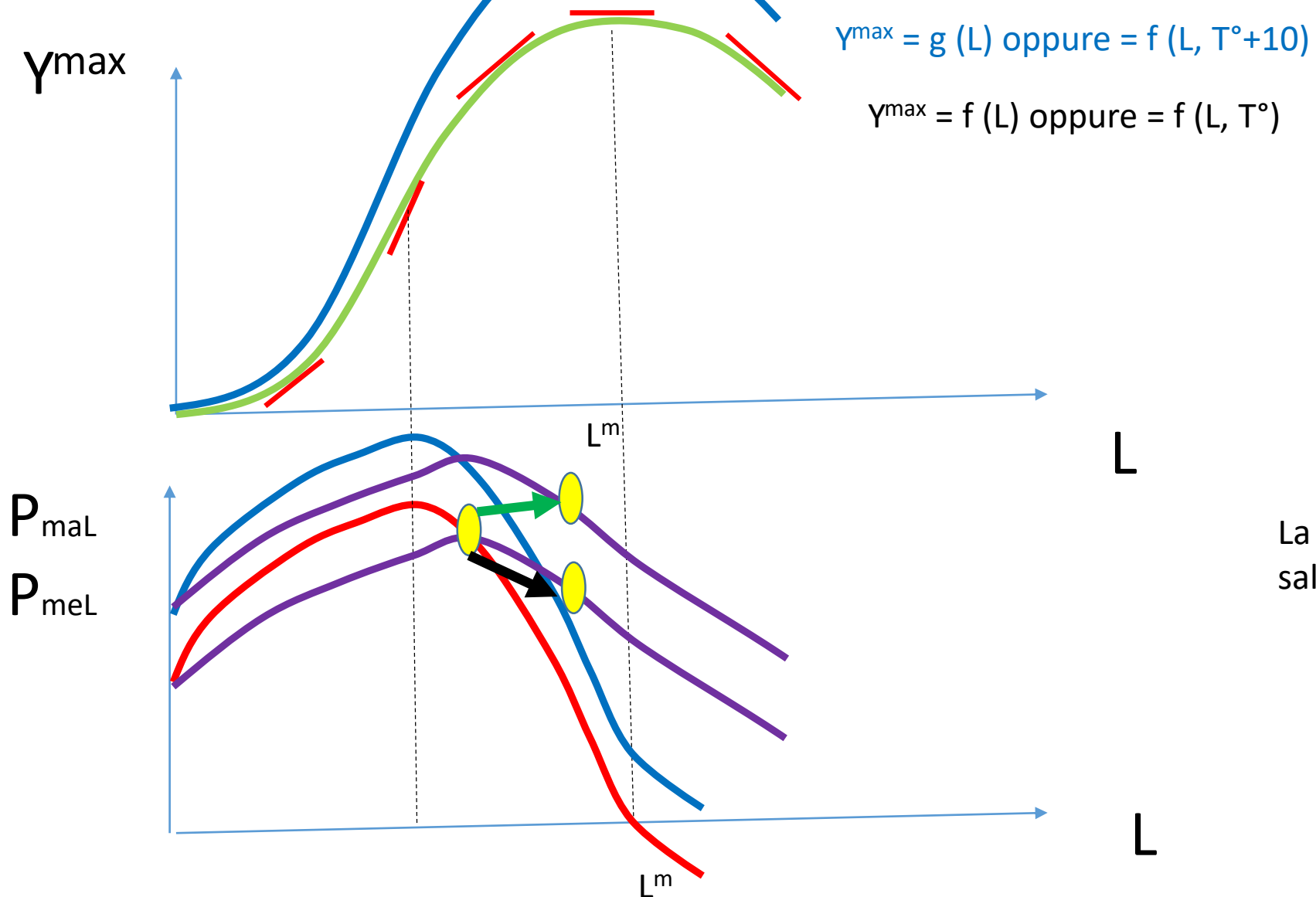


# La produttività media? Una funzione





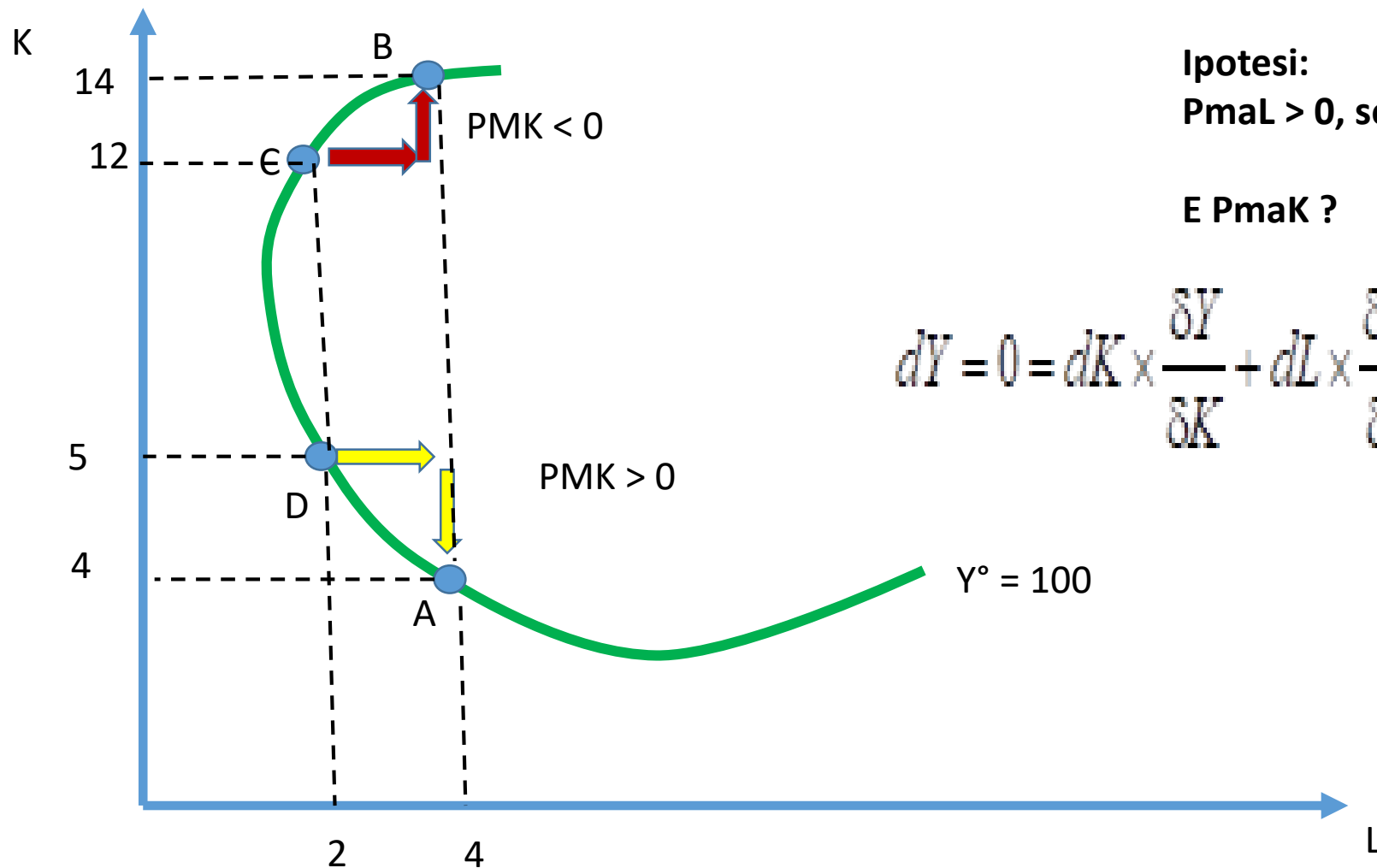
# Malthus vincitore e sconfitto?



La tecnologia ci  
salverà?



# Isoquante, di nuovo



Ipotesi:  
 $P_{maL} > 0$ , sempre

E  $P_{maK}$  ?

$$dY = 0 = dK \times \frac{\partial Y}{\partial K} + dL \times \frac{\partial Y}{\partial L} = f^k dK + f^l dL$$

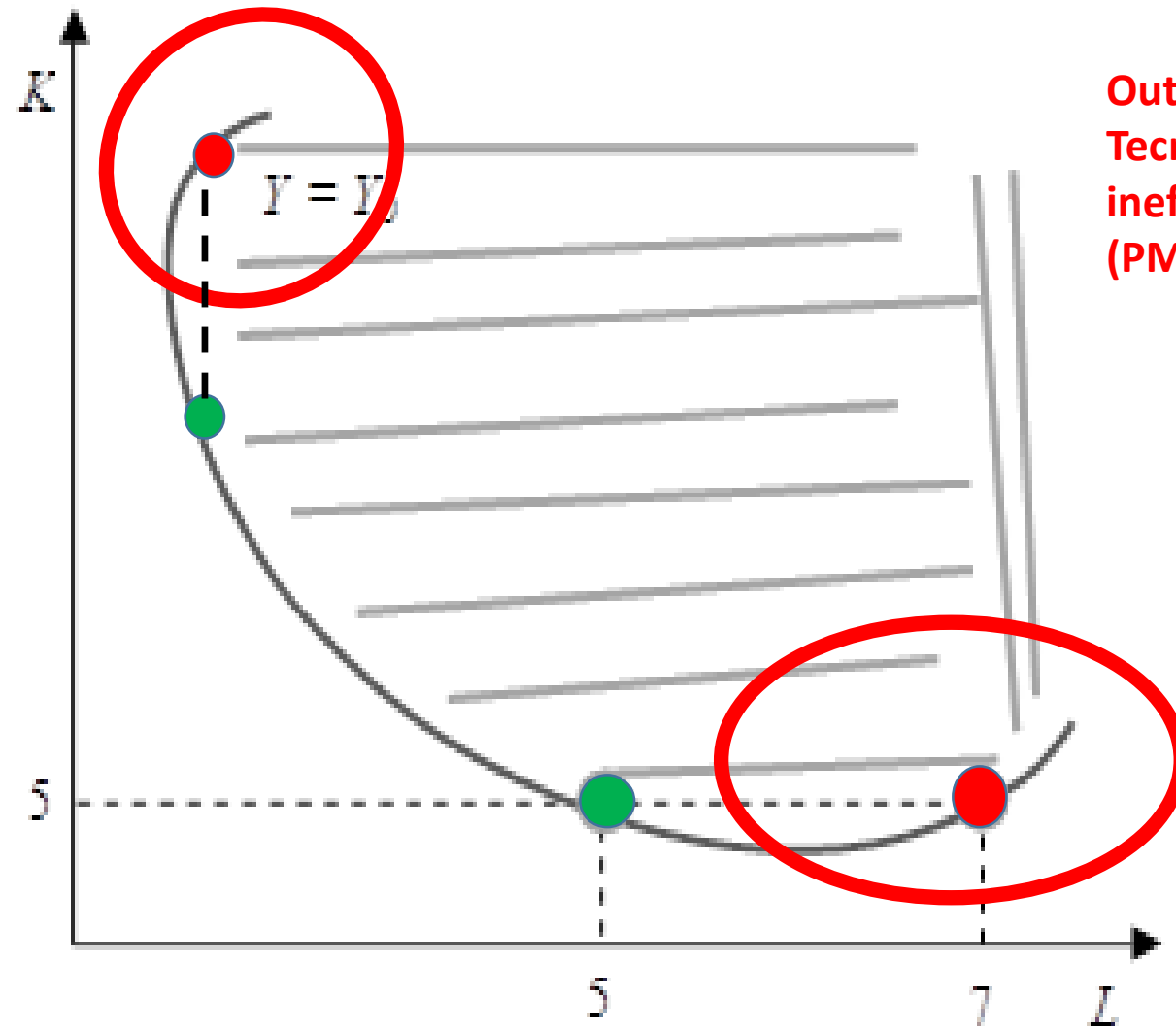


# Crescente?

Isoquante decrescente.

Perché?

$PMK$  e  $PML > 0$ !

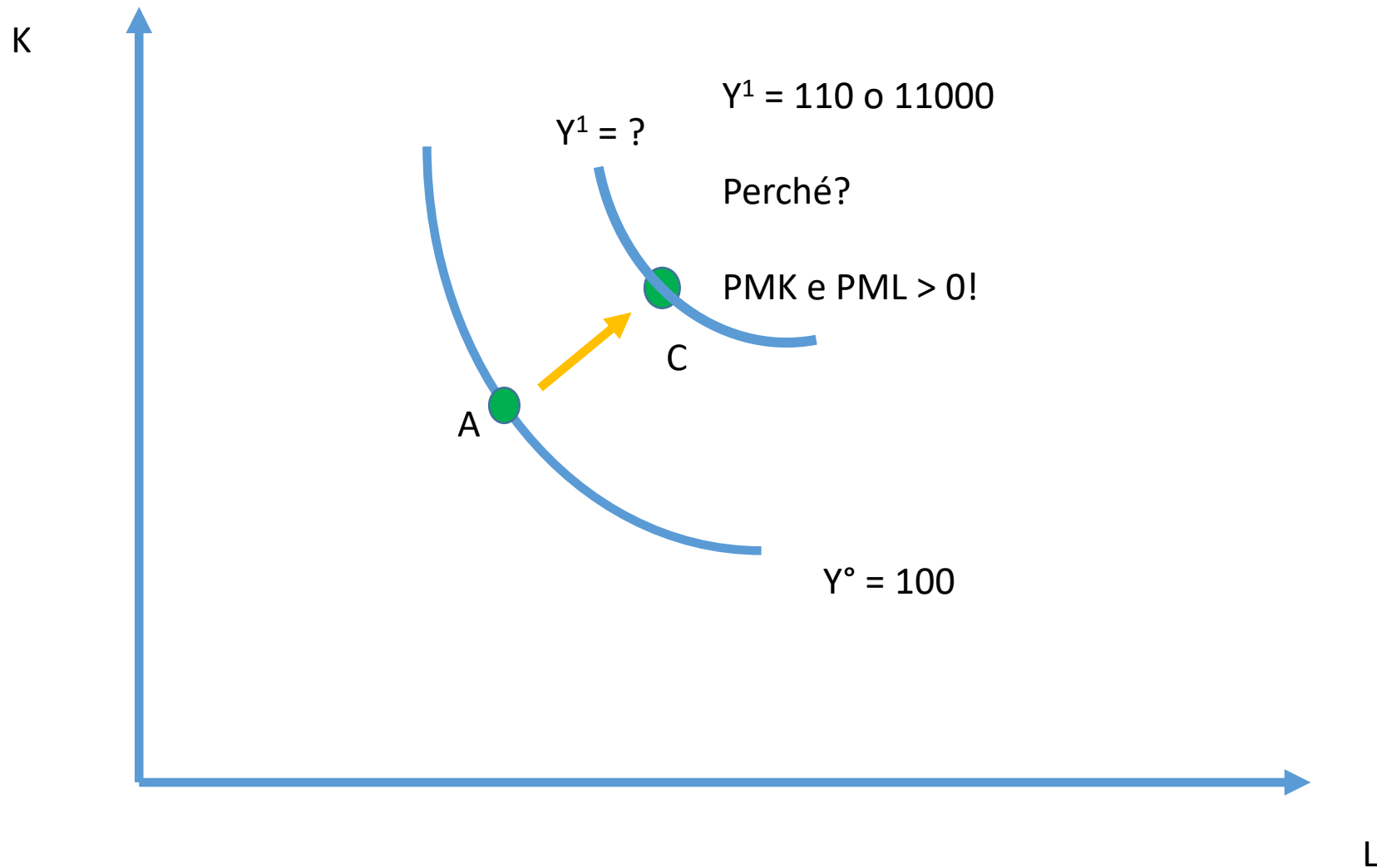


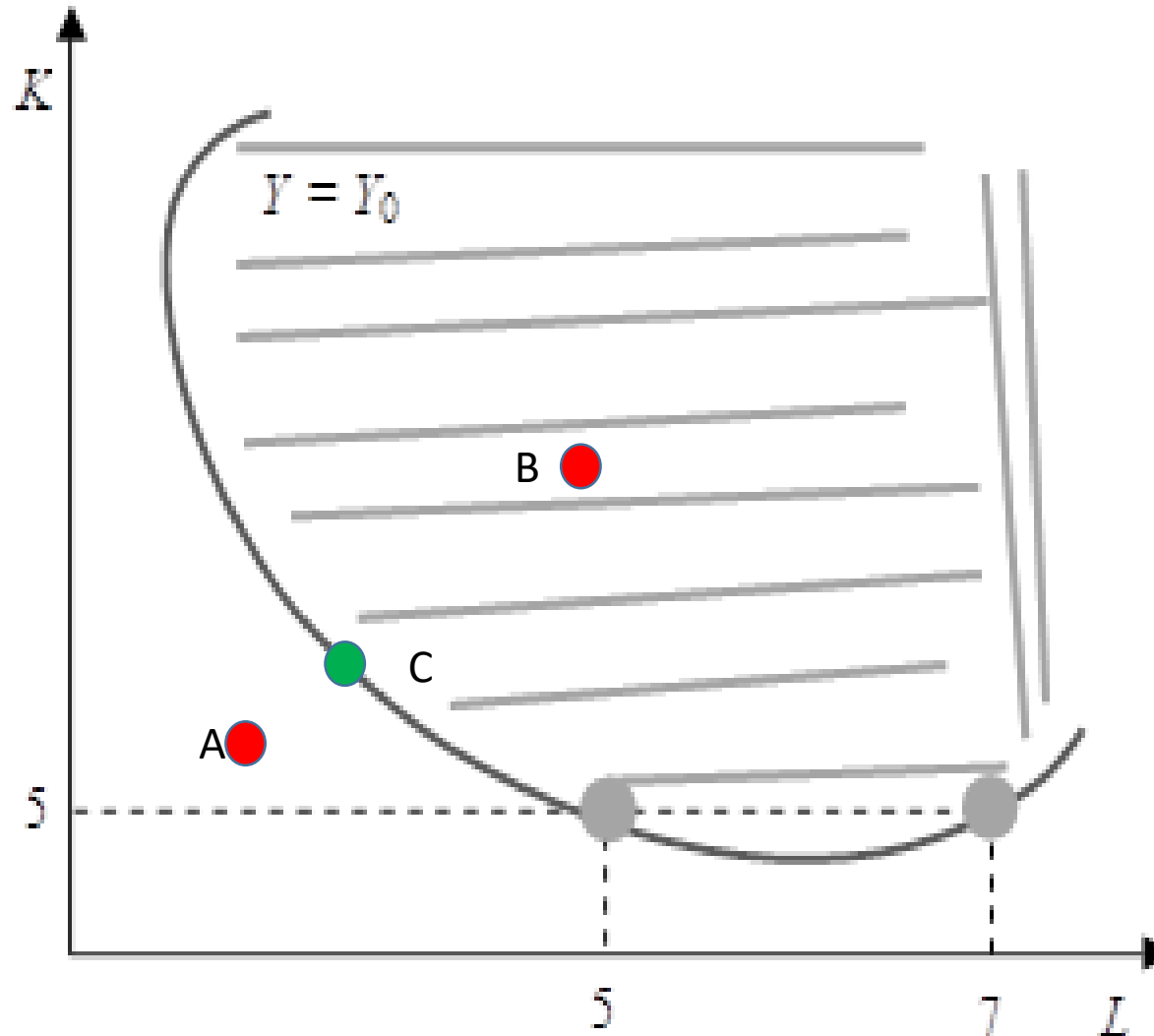
Output efficiente,  
Tecnologicamente  
inefficiente  
( $PMK < 0$ )!





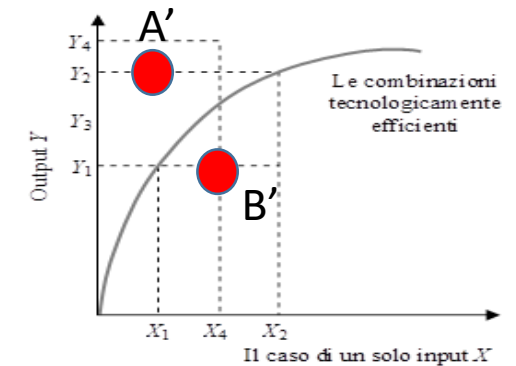
# Isoquanti: implicazioni





B: perché produrre  $Y^0$  con così tanti input?

A: è impossibile produrre  $Y^0$  con quegli input



B': perché produrre  $Y_1$  con così tanto input  $X_4$ ?

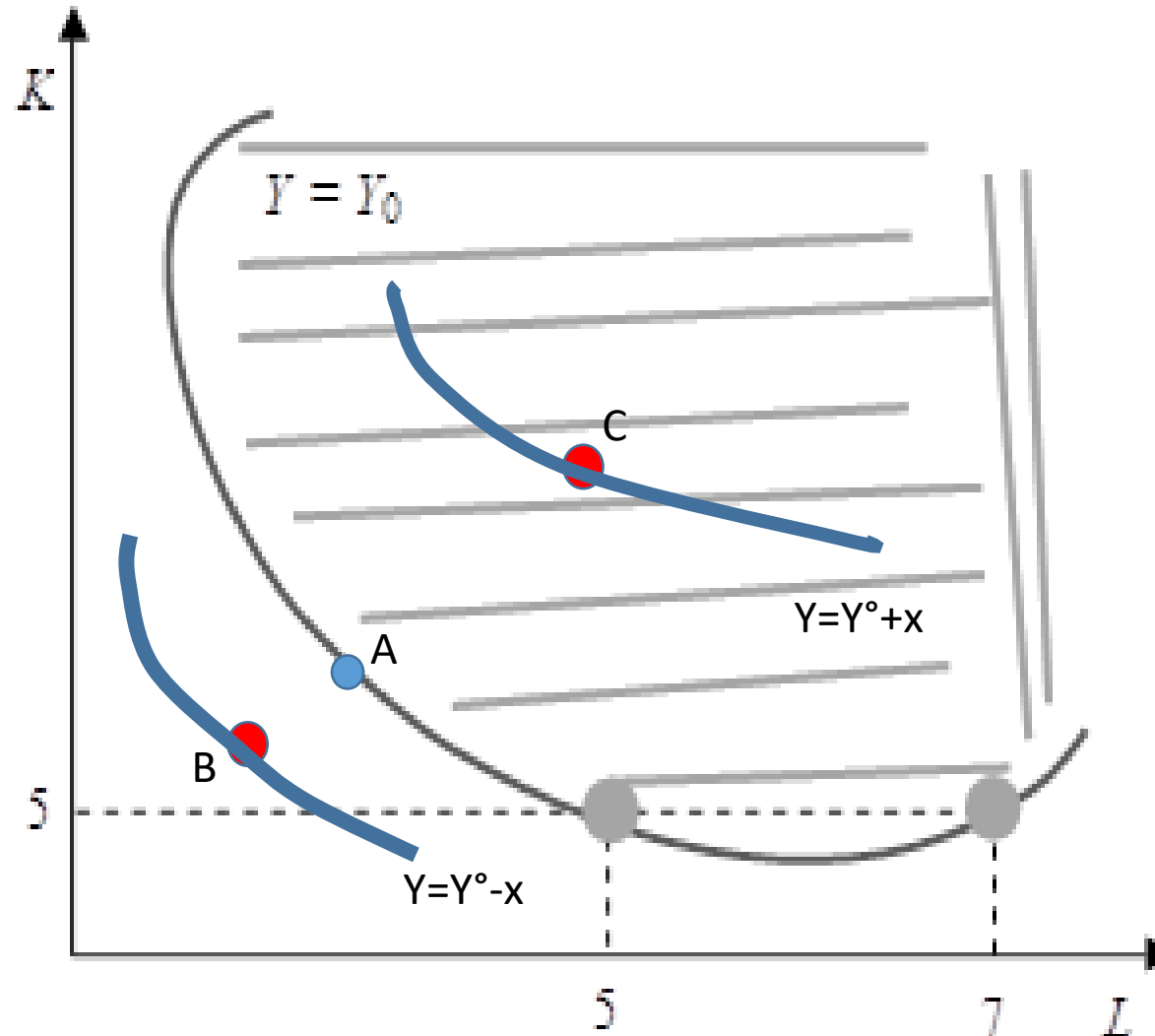
A': è impossibile produrre  $Y_2$  con quell'input  $X_1$



# Un ulteriore chiarimento

B: tecnologicamente  
possibile e efficiente (per  
 $Y=Y^0-x$ )

C: output e  
tecnologicamente  
efficiente (per  $Y=Y^0+x$ )



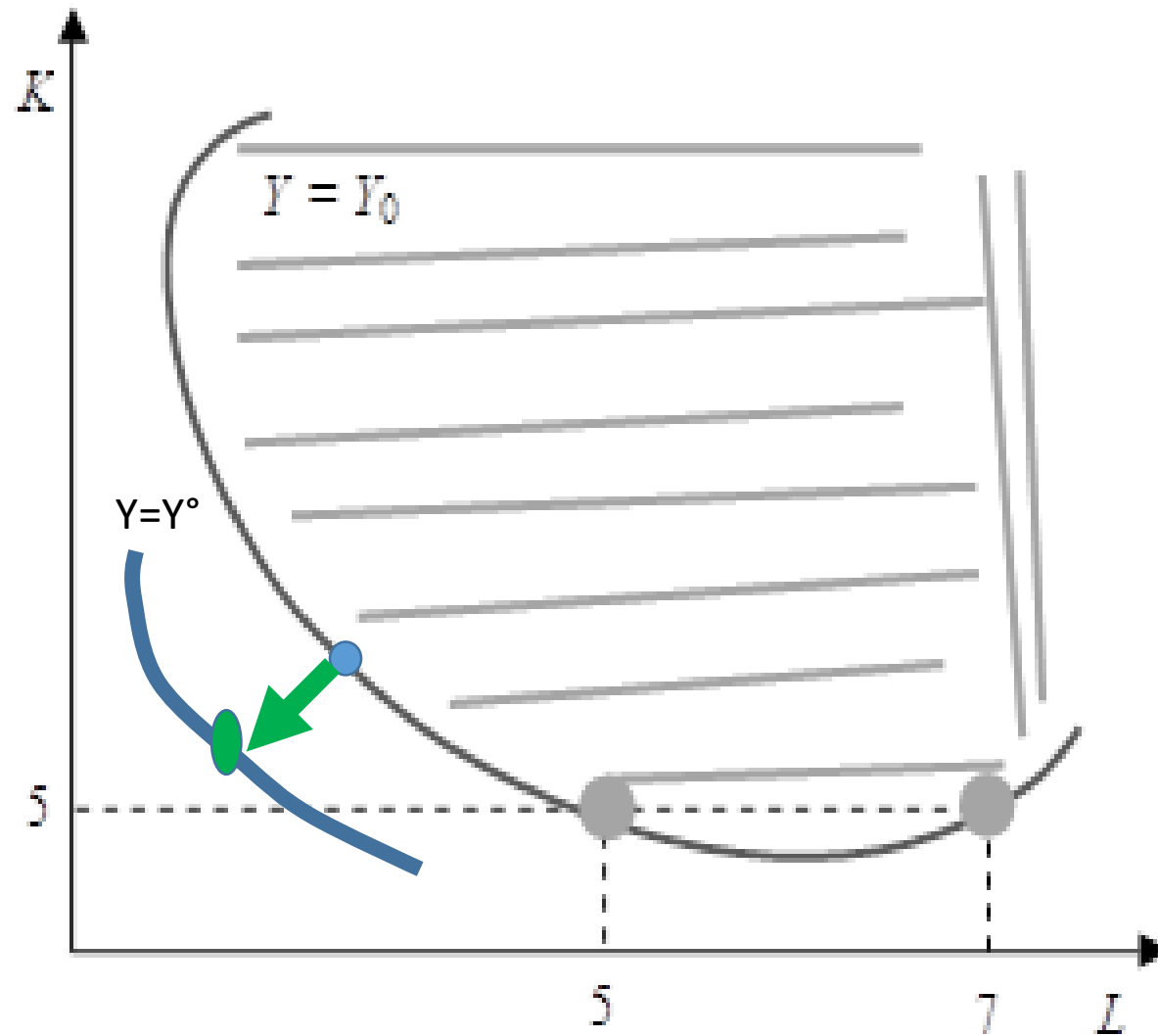
A: output efficiente (e  
tecnologicamente  
efficiente) per  $Y=Y^0$

B: tecnologicamente  
impossibile (per  $Y=Y^0$ )

C: output e  
tecnologicamente  
inefficiente (per  $Y=Y^0$ )

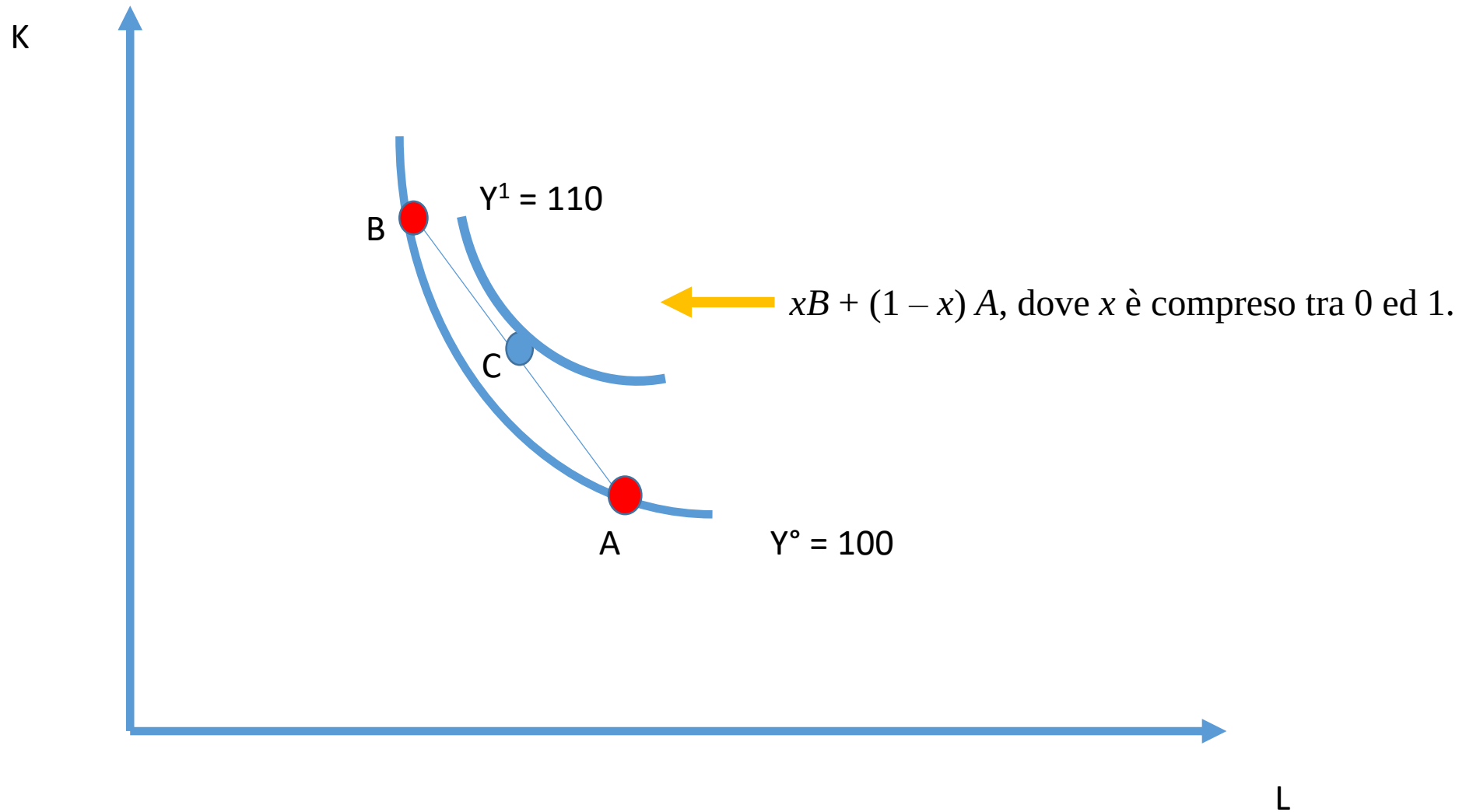


# PS: progresso tecnologico





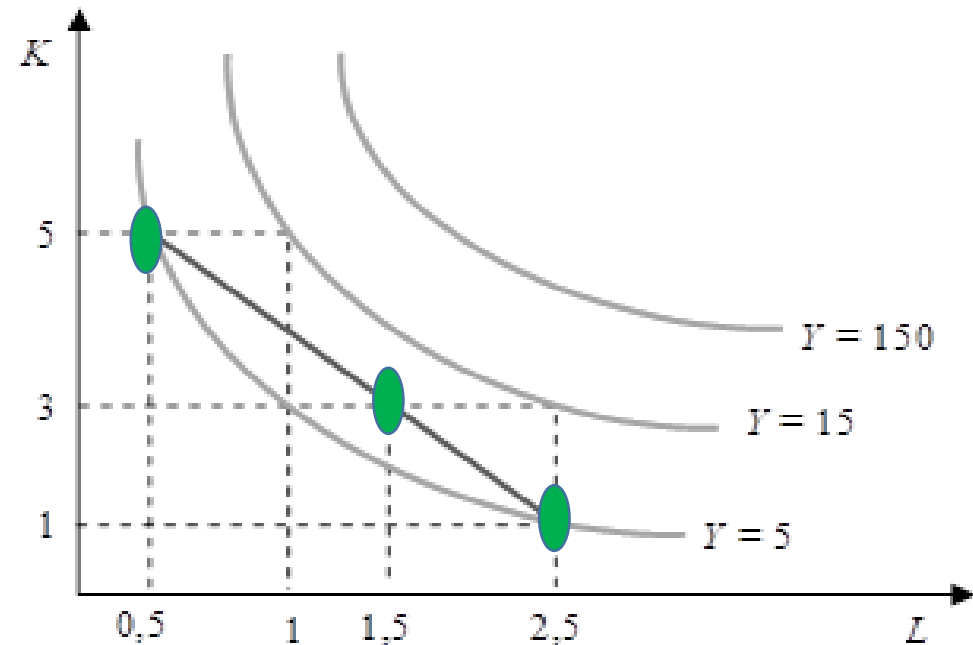
# Isoquanti convessi

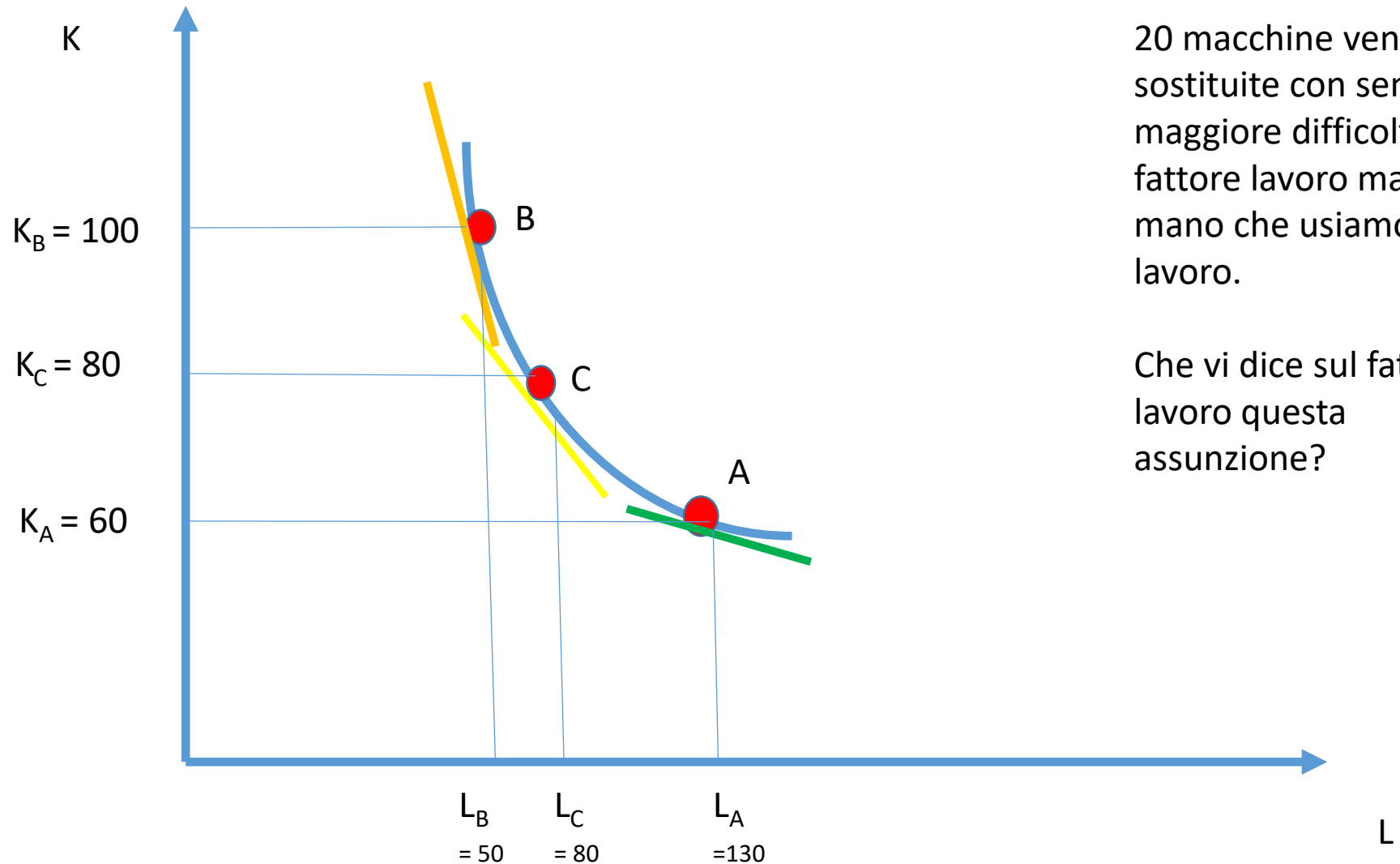




# Convessità

Mentre possiamo utilizzare le tecniche produttive  $(0,5; 5)$  e  $(2,5; 1)$  per produrre efficientemente 5 unità di camicie, se combinassimo le due tecniche, per esempio usando metà della prima (cioè  $0,25$  di lavoro e  $2,5$  di capitale) e metà della seconda ( $1,25$  di lavoro e  $0,5$  di capitale) e quindi in totale ricorrendo a  $(1,5$  di lavoro e  $3$  unità di capitale) otterremo **quantità maggiori di prodotto**.





20 macchine vengono sostituite con sempre maggiore difficoltà dal fattore lavoro man mano che usiamo più lavoro.

Che vi dice sul fattore lavoro questa assunzione?



## Pendenza dell'isoquante?

$$dY = 0 = dK \times \frac{\partial Y}{\partial K} + dL \times \frac{\partial Y}{\partial L} = f^k dK + f^l dL$$

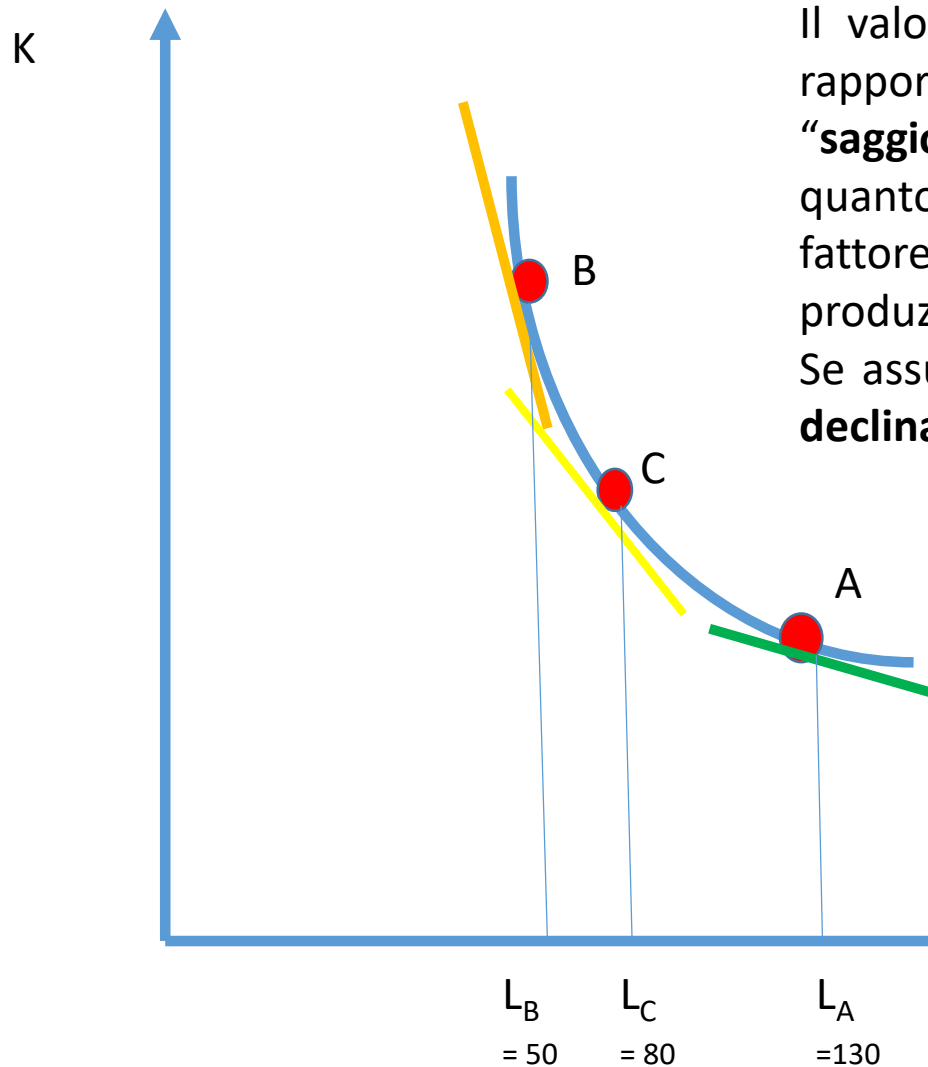
$$\frac{dK}{dL} = - \frac{f^l}{f^k} = - \frac{P_{maL}}{P_{maK}}$$

Pendenza negativa o positiva?





# Curve convesse: pendenza diminuisce al crescere di L



Il valore assoluto della pendenza dell'isoquante è dato dal rapporto delle produttività marginali. Esso viene chiamata "**saggio marginale tecnico di sostituzione**" (SMST) e ci dice di quanto capitale possiamo fare a meno, incrementando l'uso del fattore lavoro di un'unità, per riuscire a mantenere immutata la produzione massima.

Se assumiamo curve convesse verso l'origine, il **SMST dunque declina, per assunzione, al crescere di L.**

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{f^L}{f^K} = -\frac{PmaL}{PmaK}$$

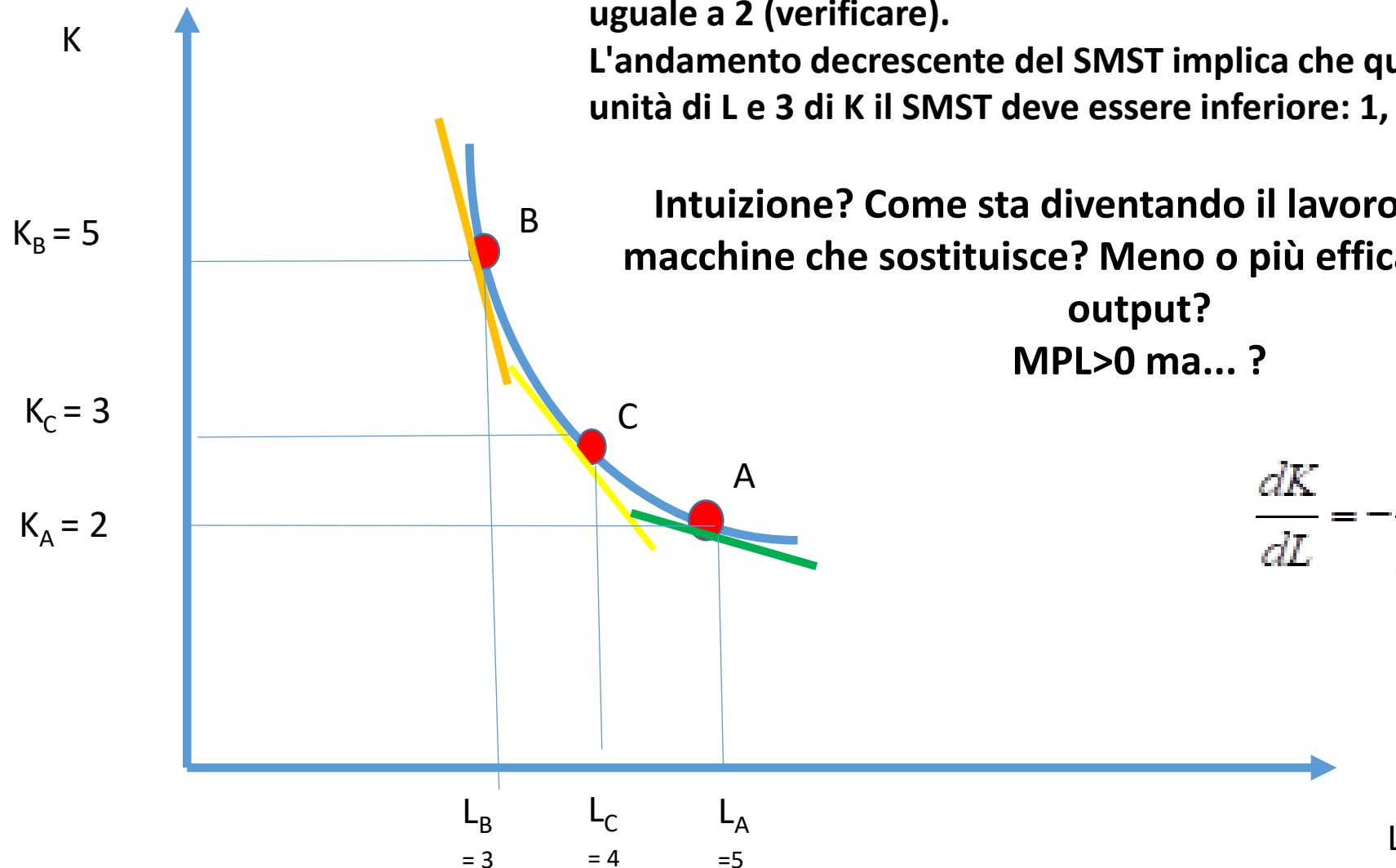
$$dK/dL = - \text{SMST}$$
$$\text{SMST} = |dK/dL|$$



# Ipotesi di SMST decrescente

Esempio. Quando usiamo 3 unità di L e 5 unità di K il SMST è uguale a 2 (verificare).  
L'andamento decrescente del SMST implica che quando usiamo 4 unità di L e 3 di K il SMST deve essere inferiore: 1, nel nostro caso.

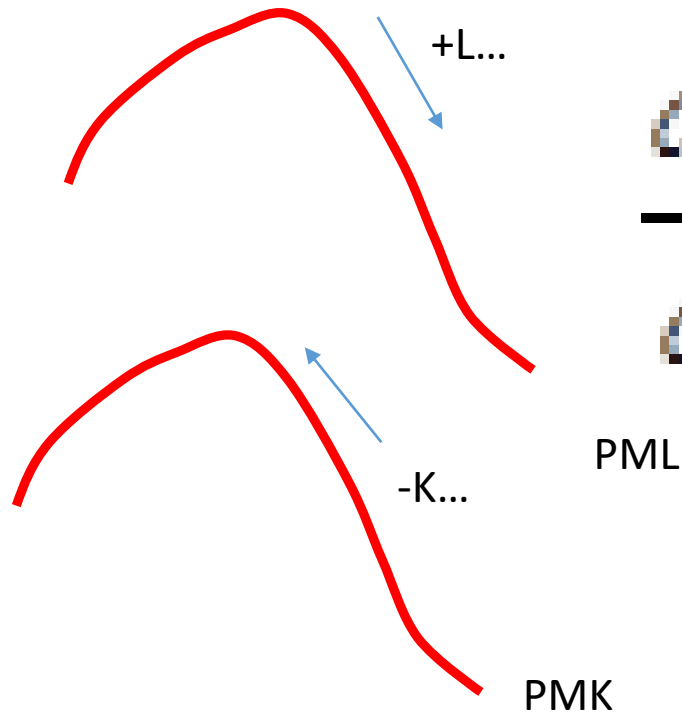
Intuizione? Come sta diventando il lavoro rispetto alle macchine che sostituisce? Meno o più efficace a generare output?  
MPL>0 ma... ?



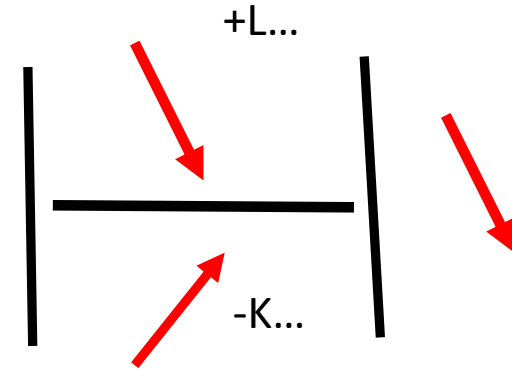
$$\frac{dK}{dL} = -\frac{f^l}{f^k} = -\frac{PmaL}{PmaK}$$



# Come è SMST se le PMG fossero (de)crescenti ambedue?



$$\frac{dK}{dL} = - \frac{f^L}{f^K} = - \frac{P_{maL}}{P_{maK}}$$



Esempio. Quando usiamo 3 unità di L e 5 unità di K.

PML (3) = 12 e PMK (5) = 6

SMST = 12/6 = 2

L'output rimane costante se

cambiamo così la tecnica produttiva: + 1 L – 2K: ora usiamo 4 di L e 3 di K.

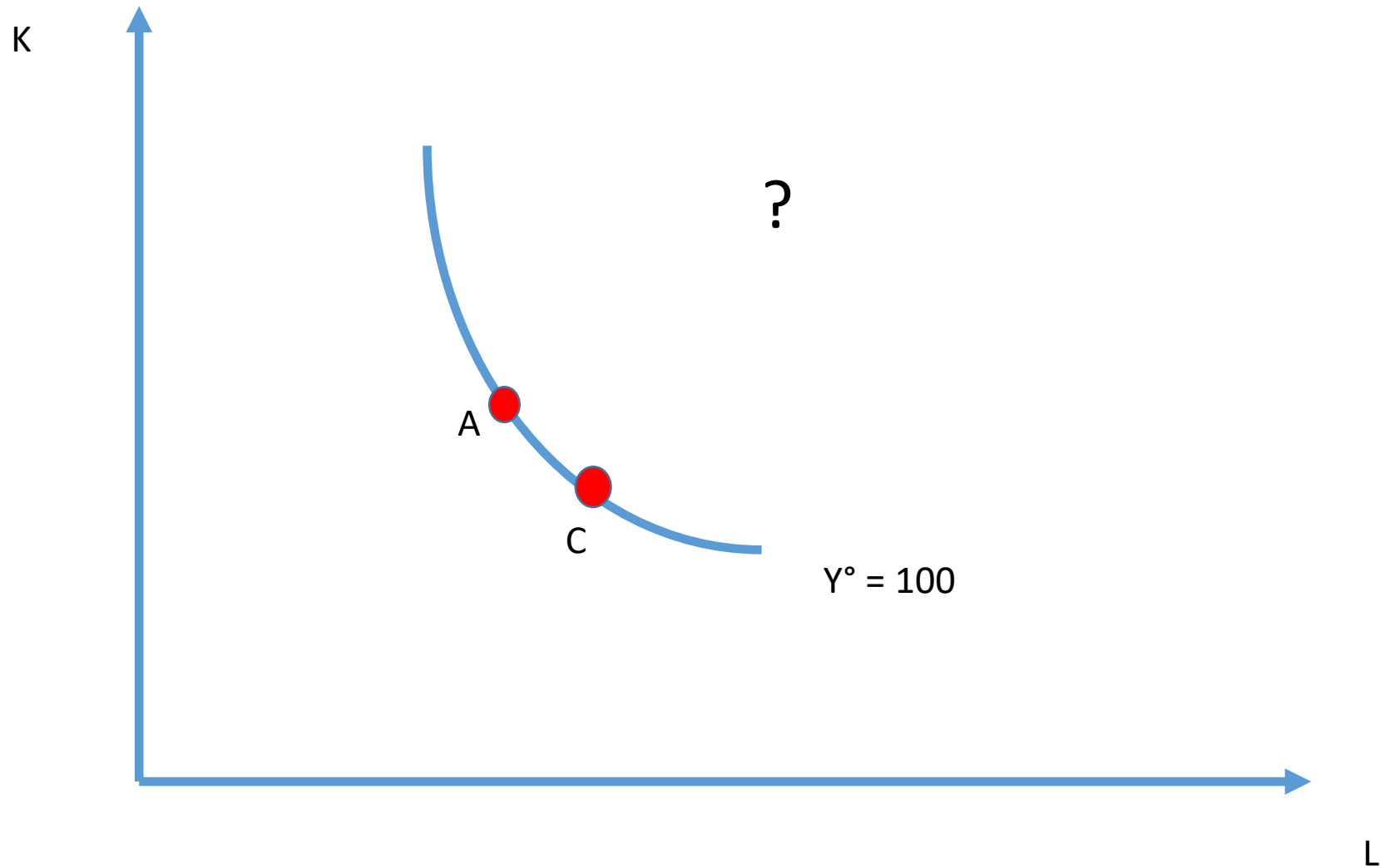
Se PML e PMK sono decrescenti

PML (4) = 9 e PMK (3) = 9

SMST = 9/9 = 1 scende al crescere di L!



# Come produrre 100?



# La dimensione economica della produzione

€





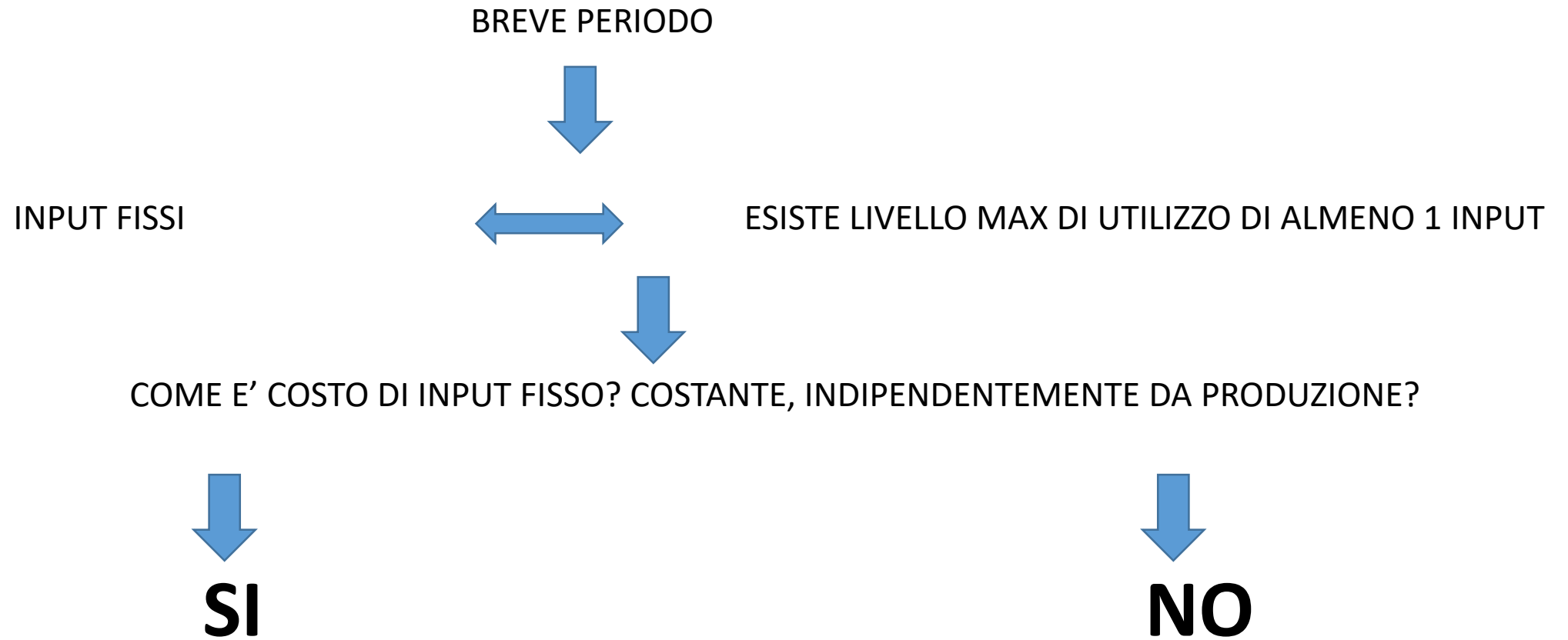
~~$CT^{\min}(Q) = CF + CV(Q)$~~

$$CT^{\min}(Q) = CF + CV^{\min}(Q)$$

Costo **minimo** di produrre ogni  
determinata quantità



# Breve periodo



A) CAPANNONE DI DATA DIMENSIONE IN mq, AFFITTATO

B) SQUADRA DI PULIZIE CONTRATTUALIZZATA, PER NUMERO DI ORE MASSIMO

2 INPUT FISSI: dimensione massima non espandibile

COSA DICE IL CONTRATTO?

A) NON SI PUO' VARIARE SUPERFICE AFFITTO USO CAPANNONE (NE' SUB-AFFITTARE)

B) NON SI PUO' VARIARE QUANTITA' ORE DI PULIZIA (E ANCHE SE SI PULISCE MENO, SI PAGA LO STESSO AMMONTARE)

**COSTO FISSO O IRRECUPERABILE (indipendente dalla produzione)**

A') SI POSSONO SUBAFFITTARE PARTI INUTILIZZATE DEL CAPANNONE

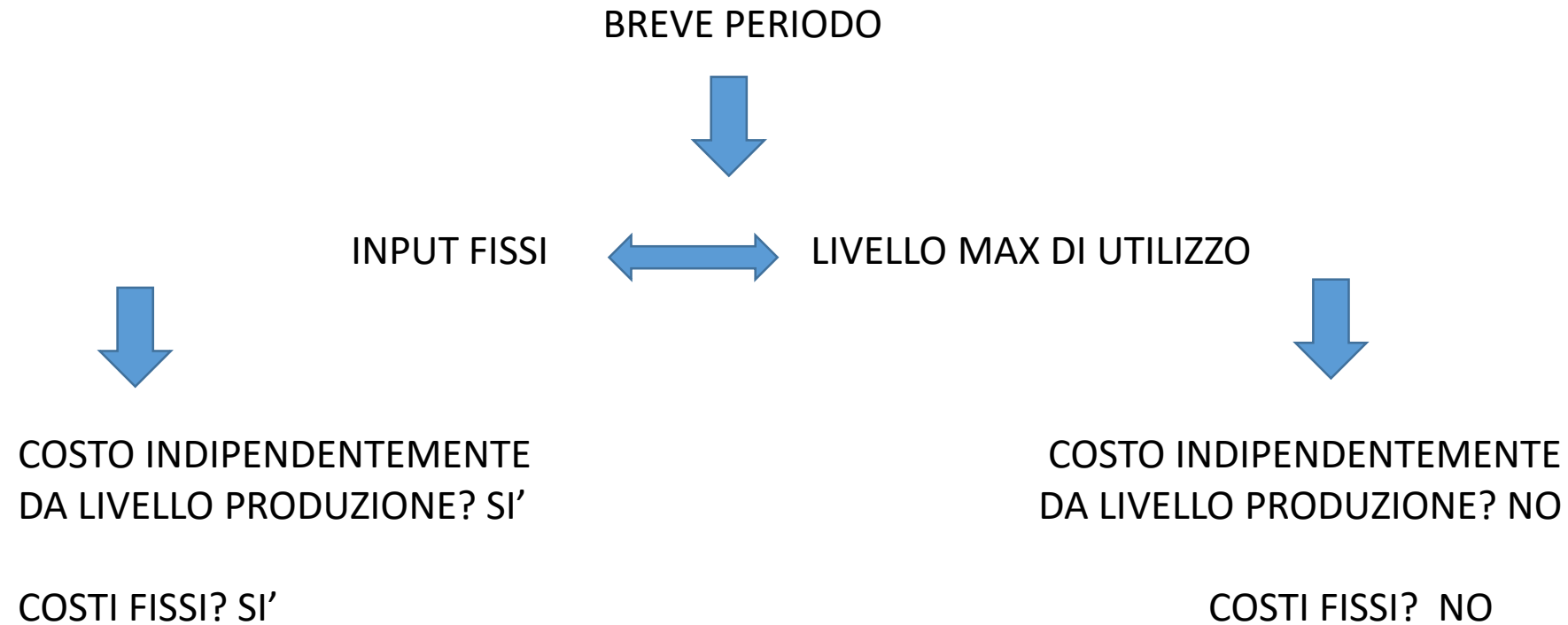
B') SI PAGANO SERVIZI (ORE) DI PULIZIA EFFETTIVAMENTE RICEVUTI ALL'INTERNO DEL MASSIMO

**COSTO VARIABILE (dipende dalla produzione)**





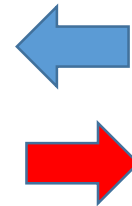
# Costi fissi?





# Breve periodo

INPUT FISSI



COSTI FISSI

Lungo periodo = tutti i fattori possono essere variati:  
nessun costo fisso

Oggi, l'imprenditore pensa sia al breve che al lungo  
periodo



# Il lungo periodo



# L'impresa (price-taker)

Costi unitari in euro dei 2 fattori L e K sono **dati** ( $w^0$ ,  $r^0$ ) (perché l'impresa è assunta price-taker). Il costo totale (non necessariamente minimo) è pari a ?

$$(w^0 L + r^0 K)$$

Chiameremo **curva di isocosto** quel luogo di combinazioni di tecniche produttive fattore lavoro-fattore capitale tutte caratterizzate da uno **stesso costo** per l'imprenditore.

Quindi:

$$CT^0 = w^0 L + r^0 K$$

rappresenta il luogo delle combinazioni lavoro-capitale che hanno lo stesso costo totale  $CT^0$  euro.  
Possiamo riscrivere tale curva come:

Pendenza  
isocosto?

$$K = \frac{CT^0}{r^0} - \left( \frac{w^0}{r^0} \right) \times L$$

Decrescente? Perché?



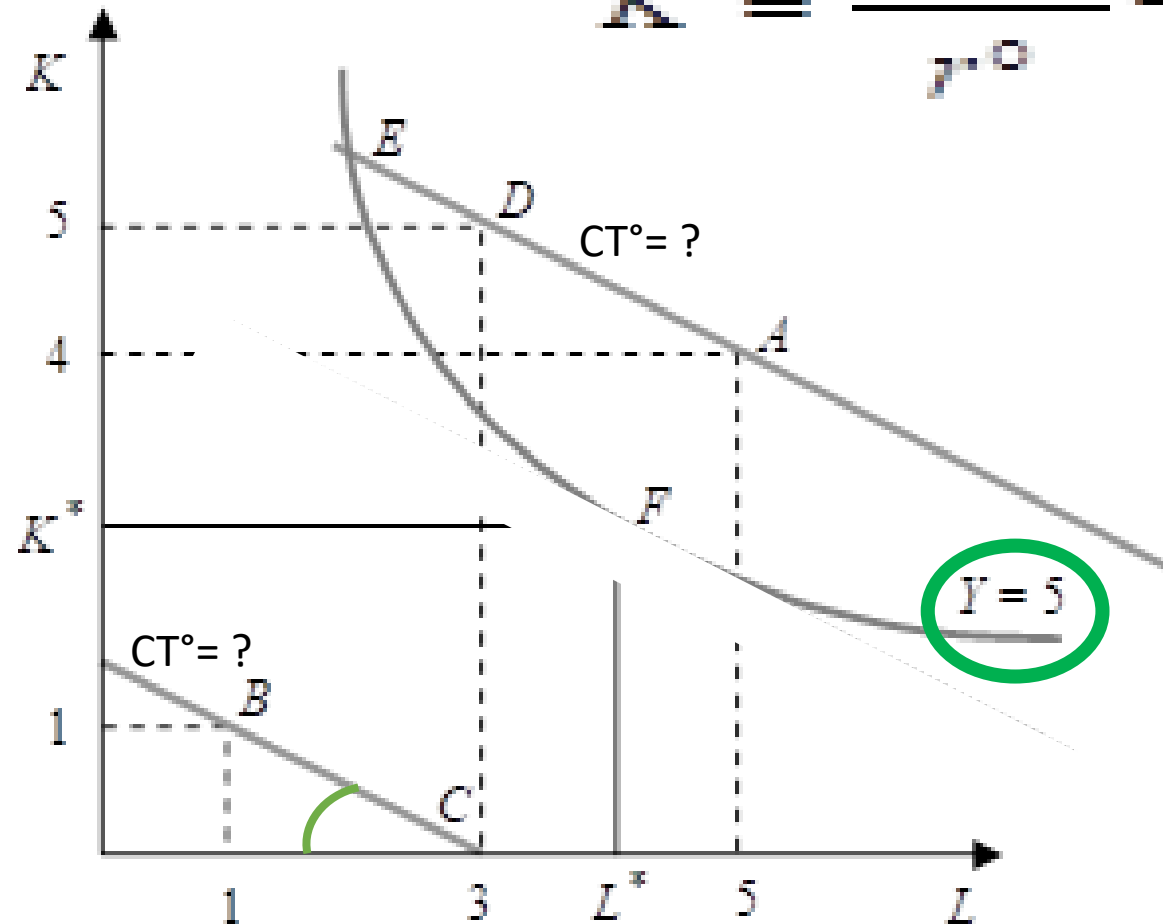
# L'isocosto

$$K = \frac{CT^0}{r^0} - \left( \frac{w^0}{r^0} \right) \times L$$

$$w^0 = 2000 \text{ €}$$

$$r^0 = 4000 \text{ €}$$

Pendenza  
isocosto =  
 $-w^0/r^0$



Riesco a produrre 5  
spendendo 6000  
euro?

E spendendo 26.000  
euro?

E D costa di più di E?

E cosa sceglierò come  
tecnica  
**economicamente  
efficiente?**



# La tecnica prescelta, economicamente efficiente

$$w^{\circ} = 2000 \text{ €}$$

$$r^{\circ} = 4000 \text{ €}$$

$$L^* = 4$$

$$K^* = 3$$

