

Esercitazione del 2 ottobre 2019

N.B. Si tratta di una versione provvisoria: le soluzioni degli esercizi non svolti saranno aggiunte appena possibile

1. Dato un campione di 400 famiglie, la distribuzione degli immobili per numero di stanze è la seguente:

n. stanze	2	3	4	5	6
n. abitazioni	50	130	100	80	40

In base ai dati forniti nel testo del problema, calcolare la media aritmetica, la media geometrica, la mediana e la moda della distribuzione. Commentare brevemente i risultati ottenuti.

R. Le operazioni da svolgere sono riportate nella tabella seguente

xi	2	3	4	5	6	Somma
ni	50	130	100	80	40	400
ni*xi	100	390	400	400	240	1530
LN(xi)	0,6931	1,0986	1,3863	1,6094	1,7918	-
ni*LN(xi)	34,6574	142,8196	138,6294	128,7550	71,6704	516,5318
Fi	50	180	280	360	400	-

In base alle operazioni svolte si ottengono i seguenti risultati:

Media aritmetica: $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i x_i = 1530/400 = 3,8250$

Media geometrica: $\bar{x}_g = \exp \frac{1}{N} \sum_i n_i \log x_i = \exp (516,5318/400) \approx 3,6376$

Mediana: $[x_{(N/2)} + x_{(N/2+1)}]/2 = (4+4)/2 = 4$

Moda: 3

N.B. Si osservi come la media geometrica risulti non superiore alla media aritmetica. Media aritmetica e media geometrica sono in questo caso medie di conto. La media aritmetica assume un valore inferiore alla mediana e ciò segnala un certo grado di asimmetria positiva. La distribuzione è unimodale.

2. La distribuzione per classi di superficie di 862 supermercati è la seguente:

classe di superficie in mq	n. di supermercati
400-1000	371
1000-2000	402
2000-3000	64
3000-5000	25

In base ai dati forniti nel testo del problema:

- calcolare la media aritmetica, la media geometrica, la mediana e la moda della distribuzione;
- il primo ed il terzo quartile della distribuzione.

R. Le operazioni da svolgere sono riportate nella tabella seguente:

Iinf	400	1.000	2.000	3.000	Somma
Isup	1.000	2.000	3.000	5.000	
ni	371	402	64	25	862
ci	700	1.500	2.500	4.000	-
ni*ci	259.700	603.000	160.000	100.000	1.122.700
LN(ci)	6,5511	7,3132	7,8240	8,2941	-
ni*LN(ci)	2.430,4510	2.939,9150	500,7389	207,3512	6.078,4560
Fi	371	773	837	862	-
fi	0,4304	0,8968	0,9710	1	-
ni/(I+ - I-)	0,6183	0,4020	0,0640	0,0125	

In base alle operazioni svolte si ottengono i seguenti risultati:

$$\text{Media aritmetica: } \bar{x} \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k c_i x_i = 1.122.700/862 = 1.302,436$$

$$\text{Media geometrica: } \bar{x}_g \approx \exp \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i \log x_i = \exp (6.078,4560/862) \approx 1.154,673$$

$$\text{Mediana: } x_{me} \approx I_m + \left(\frac{0,5 - F_{m-1}}{F_m - F_{m-1}} \right) \Delta_m = 1.000 + (0,5 - 0,4304)/(0,8968 - 0,4304) * (2.000 - 1.000) = 1.149,254$$

Classe modale: 400-1.000

$$Q1 \approx I_{Q1} + \left(\frac{0,25 - F_{Q1-1}}{F_{Q1} - F_{Q1-1}} \right) \Delta_{Q1} = 400 + (0,25 - 0)/(0,4304 - 0) * (1.000 - 400) = 748,5175$$

$$Q3 \approx I_{Q3} + \left(\frac{0,75 - F_{Q3-1}}{F_{Q3} - F_{Q3-1}} \right) \Delta_{Q3} = 1.000 + (0,75 - 0,4304)/(0,8968 - 0,4304) * (2.000 - 1.000) = 1.685,323$$

Esercizi non svolti

3. La distribuzione per numero di componenti di 150 famiglie è la seguente:

n. componenti	1	2	3	4	più di 4
n. famiglie	5	70	90	6	9

Ipotizzando che sia ragionevole assumere per l'ultima classe un estremo superiore pari a 6:

- calcolare la media aritmetica, la media geometrica, la mediana e la moda della distribuzione;
- il primo ed il terzo quartile della distribuzione.

Ripetere l'esercizio attribuendo all'estremo superiore dell'ultima classe un valore pari a 8, quindi commentare brevemente i risultati ottenuti.

4. Date le modalità {5, 7, 8, 4} rispondere alle seguenti domande:

- calcolare la media aritmetica e verificare che la somma degli scarti dalla media è pari a 0;
- calcolare la somma dei quadrati degli scarti dalla media e di mostrare che tale somma assume un valore inferiore al caso in cui $a = 8$ e $a = 4$.

5. Alla prova scritta di statistica partecipa un collettivo di 18 studenti. A 12 studenti viene assegnata la traccia A ed il voto medio conseguito è pari a $6/10$. Ai rimanenti 6 studenti viene assegnata la traccia B ed il voto medio conseguito è pari a $7/10$. Qual è il voto medio conseguito dal collettivo alla prova di statistica?

6. La tabella seguente illustra il prezzo di vendita (in migliaia di euro) di 10 abitazioni di dimensioni simili situate nello stesso quartiere:

abitazione	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
prezzo	400	401	398	405	402	399	401	400	398	350

Calcolare:

- calcolare la media aritmetica, la mediana e la moda della distribuzione;
- calcolare la media aritmetica dei dati compresi tra il primo ed il nono decile della distribuzione.

Commentare brevemente i risultati ottenuti.

7. Un capitale è stato investito, con capitalizzazione degli interessi a fine anno, per 10 anni ai seguenti tassi:

- 3 anni al 6%;
- 2 anni al 5%;
- 5 anni al 7%.

Calcolare il tasso medio di rendimento del capitale.

8. Data la distribuzione {2, 8}:

- verificare che la media geometrica è non superiore alla media aritmetica;
- trasformare i dati in base alla relazione $y = 3x^2$, quindi calcolare la media geometrica e la media aritmetica dei dati trasformati e commentare i risultati ottenuti.

9. In un'impresa lavorano tre addetti che per produrre un'unità di output impiegano rispettivamente 4, 5, e 6 ore. Dato un salario orario pari a 10 euro per addetto, calcolare il costo medio che l'imprenditore sostiene per produrre un'unità del bene.

10. Data la seguente distribuzione di "risposte" a una terapia in 400 pazienti:

Risposta	Frequenza
Guarigione	134
Miglioramento	144
Stazionarietà	76
Peggioramento	42
Morte	4

Calcolare la mediana e la moda.

11. Data la seguente distribuzione di unità commerciali per numero di addetti

Addetti	Unità commerciali
1-2	20
3-5	80
6-10	120
11-20	105
21-30	70

Calcolare la mediana ed individuare la classe modale.

12. Date le seguenti modalità rilevate su un collettivo di 5 unità statistiche

Obs.	1	2	3	4	5
Modalità	2	5	3	8	9

Calcolare la media aritmetica e la mediana e verificare che la somma degli scarti dalla mediana in valore assoluto è inferiore alla somma degli scarti in valore assoluto dalla media.

13. Dimostrare che:

- la media aritmetica è centro di grado 2, cioè che la somma dei quadrati degli scarti dalla media è sempre inferiore alla somma dei quadrati degli scarti da un altro numero qualsiasi;
- la mediana è centro di grado 1, cioè che la somma degli scarti dalla mediana presi in valore assoluto è sempre inferiore alla somma degli scarti da un altro numero qualsiasi presi in valore assoluto.
- la media geometrica è non superiore alla media aritmetica (N.B. Considerare due sole modalità);